
طراحی یک مدل عددی اقیانوسی سه بعدی برای مطالعه گرماپویشی جریان های بادرانده

اردشیر فرهادی*، محمد تقی زمانیان

پژوهشکده هواشناسی، تهران، ایران

تاریخ پذیرش: ۹۶/۴/۲۶

تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۲/۱۸

شناسه دیجیتال (DOI): [10.22113/jmst.2015.12027](https://doi.org/10.22113/jmst.2015.12027)

چکیده

یک مدل پایه پویاب چگال گرای اقیانوسی سه بعدی تفاضل محدود بر اساس معادلات مقدم در دست گاه مختصات کروی زمین با آرایه قائم سیگما در پنج لایه معادل با یازده تراز را طراحی کرده ایم. این مدل در یک حوضه ی مستطیل شکل با مرزهای بسته بین عرض های جغرافیایی ۲۴ تا ۳۰ درجه و طول های جغرافیایی بین ۴۷ تا ۵۸ درجه در نظر گرفته شده است. برای همانندسازی جریان های بادرانده، نیروی باد غربی با تندی یکنواخت ۱۰ متر بر ثانیه به شکل پیوسته به مدت ۴ روز در سراسر سطح حوضه به کار برده شده است. سازوکار جریان های بادرانده به علاوه توزیع دما و شوری در لایه های مختلف دریا مورد مطالعه و بررسی قرار داده شده است. در لایه های سطحی، نیروی ناشی از تنش باد و در لایه های زیرین، نیروی ناشی از تغییرات افقی فشار بر حرکت آب حاکم می باشند. با توجه به عدد راسبی از مرتبه ی یک ده هزارم حرکات بزرگ مقیاس در وسط حوضه وجود دارند. در معادله ی شوری، جمله انتشار شوری و در معادله ی دما، جمله ی همرفت دما، به ترتیب باعث تغییر شوری و دمای لایه ها می گردند.

کلمات کلیدی: طراحی، مدل عددی اقیانوسی، جریان های بادرانده، گرماپویشی

* نویسنده مسئول، پست الکترونیک: ardeshir.farhady@yahoo.com

۱. مقدمه

اقیانوس‌ها حدود ۷۰ درصد سطح زمین را پوشش می‌دهند (Jin et al., 2004). تأثیر این حجم عظیم آب بر روی حیات در کره زمین انکارناپذیر است. برای مطالعه اقیانوس‌های جهان نیاز اساسی به اندازه‌گیری طولانی‌مدت و پای‌دار فراسنج‌های^۱ فیزیکی اقیانوس می‌باشد (Roemmich et al., 2009). دانشمندان علم اقیانوس‌شناسی و هواشناسی با تجزیه و تحلیل این داده‌ها می‌توانند به ارزیابی رفتار اقیانوس‌ها و مطالعه تأثیرات آن‌ها بر روی شرایط اقلیمی بپردازند (Thomson and Emery, 2014). اندازه‌گیری فراسنج‌های فیزیکی در همه بخش‌های اقیانوس‌ها خیلی مشکل و هزینه‌بر است. راه‌های گوناگونی برای غلبه بر این کمبود داده وجود دارند. ایجاد و طراحی مدل‌های سه بعدی اقیانوسی بر اساس معادلات مقدم حاکم بر فرایندهای فیزیکی و گرمایی^۲ در اقیانوس‌ها یکی از این روش‌ها می‌باشند (Kantha and Clayson, 2000). در دهه‌های اخیر در اثر پیشرفت‌های سریع در توانایی محاسباتی رایانه‌ها که در گذشته فاقد آن بودند، تأثیر بزرگی بر طراحی مدل‌های عددی برای تحقیق در ساختار سه بعدی چرخش پویاب^۳ اقیانوس‌ها داشته‌اند (Drago and Iovenitti, 2000). اخیراً روش دیگری در کاربست^۴ معادلات پویاب کاربرد وسیعی یافته است و آن استفاده از آرایه‌ی قائم- σ در مدل‌های چندلایه می‌باشد (Drago and Iovenitti, 2000; Phillips, 1957). از آن‌جا که حرکات بزرگ مقیاس جوی نسبت به زمین تا اندازه‌ی زیادی از شکل زمین پیروی می‌نمایند، استفاده از دست‌گاه مختصات کروی زمین مفید می‌باشد (Haltiner & Williams, 1980).

(1980). مدل‌های عددی جهانی و بزرگ‌مقیاس در دست‌گاه^۵ مختصات کروی زمین دست‌وربندی می‌گردند (Kantha and Clayson, 2000). در این تحقیق، یک مدل عددی پویاب چگال‌گرای^۶ پایه‌ی سه بعدی که با روش تفاضل متناهی گسسته‌سازی شده با استفاده از معادلات مقدم در دست‌گاه مختصات کروی زمین با آرایه قائم- σ در پنج‌لایه معادل با یازده تراز برای مطالعه جریان‌های بادرانده و توزیع دما و شوری، ایجاد و طراحی شده است. در این مدل عددی پایه، یک حوضه‌ی بسته مستطیل شکل بین عرض‌های جغرافیایی ۲۴ تا ۳۰ درجه و طول‌های جغرافیایی بین ۴۷ تا ۵۸ درجه و عمق ثابت ۱۲۰ در نظر گرفته شده است (Pous et al., 2004). در این مدل از شبکه آراکوا C^۷ تعدیل‌یافته^۸ (Alas, 1993) و طرح‌واره دوگامی لکس-وندروف^۹ برای جملات فرارفتی و طرح‌واره دوفورت-فرانکل^{۱۰} برای جملات انتشاری و صافی^{۱۱} ماتسونو^{۱۱} در هر ده گام زمانی استفاده کرده‌ایم. برای همانندسازی^{۱۲} جریان‌های بادرانده و توزیع دما و شوری در لایه‌های مختلف دریا، نیروی باد غربی با تندی یکنواخت ۱۰ متر بر ثانیه به شکل پیوسته به مدت ۴ روز در سراسر سطح حوضه به کار برده شده است.

۲. مواد و روش‌ها

در این مدل آرایه قائم سیگما به شکل زیر تعریف می‌گردد (Zamanian, 2005; Faraji et al., 2012; Zamanian et al., 2018):

System^۵
Baroclinic^۶
Modified Arackawa C^۷
Lax-Wendroff^۹ Two-Step
Dufort-Frankel^{۱۰}
Filter^{۱۰}
Matsuno^{۱۱}
Simulation^{۱۲}

Parameters^۱
Thermodynamical^۲
Hydrodynamical^۳
Integration^۴

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{u}{r \cos \phi} \frac{\partial v}{\partial \lambda} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \phi} + \dot{\sigma} \frac{\partial v}{\partial \sigma} = \frac{u^2 \tan \phi}{r} - \frac{(p_b - p_A) v \dot{\sigma}}{r \rho g} - f u - \Omega^2 r \cos \phi \sin \phi - \frac{g}{r} \left[\frac{\partial \eta}{\partial \phi} + \frac{\rho}{(p_b - p_A)} \frac{\partial \eta}{\partial \sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right] - V_p + V_\lambda + V_\phi - V_\sigma \quad (۳)$$

که در آن

$$V_p = \frac{1}{r} \left[\frac{\sigma}{\rho} \frac{\partial p_b}{\partial \phi} + \frac{1}{\rho} (1 - \sigma) \frac{\partial p_A}{\partial \phi} + \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right] \quad (۱-۳)$$

$$V_\lambda = \frac{1}{r \rho \cos \phi} \left[\frac{\partial \tau_{\lambda\phi}}{\partial \lambda} + \frac{\rho}{(p_b - p_A)} \frac{\partial \tau_{\lambda\phi}}{\partial \sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \right] \quad (۲-۳)$$

$$V_\phi = \frac{1}{r \rho} \left[\frac{\partial \tau_{\phi\phi}}{\partial \phi} + \frac{\rho}{(p_b - p_A)} \frac{\partial \tau_{\phi\phi}}{\partial \sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right] \quad (۳-۳)$$

$$V_\sigma = \frac{\rho g}{(p_b - p_A)} \frac{\partial \tau_{\sigma\phi}}{\partial \sigma} \quad (۴-۳)$$

در معادلات (۲) و (۳)، u ، v مؤلفه‌های میدان جریان به ترتیب در راستای شرق‌سوی، شمال‌سوی، ϕ عرض جغرافیایی، λ طول جغرافیایی، ρ چگالی، r فاصله از مرکز زمین، $f = 2\Omega \sin \phi$ فرانسج کوریولیس و η انحراف از ترازمندی ایستا^۲، Φ زمین‌توانش^۳ و $\dot{\sigma}$ معرف سرعت قائم^۴ می‌باشند. تانسور تنش τ به صورت زیر است (Zamanian, 2005):

$$\tau \equiv \begin{bmatrix} \tau_{\lambda\lambda} & \tau_{\lambda\phi} & \tau_{\lambda\sigma} \\ \tau_{\phi\lambda} & \tau_{\phi\phi} & \tau_{\phi\sigma} \\ \tau_{\sigma\lambda} & \tau_{\sigma\phi} & \tau_{\sigma\sigma} \end{bmatrix} \quad (۴)$$

^۲ Departure from static equilibrium
^۳ Geo-potential
^۴ Representative of vertical velocity

$$\sigma = \frac{p - p_A}{p_b - p_A} \quad (۱)$$

که در آن، p فشار در هر نقطه از شماره^۱، p_A فشار جو در سطح دریا و p_b فشار در بستر دریا می‌باشند. از تعریف (۱)، آشکار است که در سطح دریا $\sigma = 0$ و در بستر دریا $\sigma = 1$ می‌باشد. معادلات مدل:

معادله‌ی پیش‌بینی‌کننده مؤلفه‌ی جریان آب در راستای شرق‌سوی (Zamanian, 2005):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{r \cos \phi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \dot{\sigma} \frac{\partial u}{\partial \sigma} = \frac{uv \tan \phi}{r} - \frac{(p_b - p_A) u \dot{\sigma}}{r \rho g} + f v - f' \frac{(p_b - p_A) \dot{\sigma}}{\rho g} - \frac{g}{r} \left[\frac{\partial \eta}{\partial \lambda} + \frac{\rho}{(p_b - p_A)} \frac{\partial \eta}{\partial \sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \right] - U_p + U_\lambda + U_\phi - U_\sigma \quad (۲)$$

که در آن:

$$U_p = \frac{1}{r \cos \phi} \left[\frac{\sigma}{\rho} \frac{\partial p_b}{\partial \lambda} + \frac{1}{\rho} (1 - \sigma) \frac{\partial p_A}{\partial \lambda} + \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \right] \quad (۱-۲)$$

$$U_\lambda = \frac{1}{r \rho \cos \phi} \left[\frac{\partial \tau_{\lambda\lambda}}{\partial \lambda} + \frac{\rho}{(p_b - p_A)} \frac{\partial \tau_{\lambda\lambda}}{\partial \sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \right] \quad (۲-۲)$$

$$U_\phi = \frac{1}{r \rho} \left[\frac{\partial \tau_{\phi\lambda}}{\partial \phi} + \frac{\rho}{(p_b - p_A)} \frac{\partial \tau_{\phi\lambda}}{\partial \sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right] \quad (۳-۲)$$

$$U_\sigma = \frac{g}{(p_b - p_A)} \frac{\partial \tau_{\sigma\lambda}}{\partial \sigma} \quad (۴-۲)$$

معادله پیش‌بینی‌کننده مؤلفه‌ی جریان آب در راستای شمال‌سوی (Zamanian, 2005):

Fluid^۱

$$S_{\sigma} = \frac{\alpha}{r^2 \cos \phi} \left[\frac{\rho g^2 \cos \phi}{(p_b - p_A)^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(k_{s\sigma} r^2 \rho \frac{\partial(\rho s)}{\partial \sigma} \right) \right] \quad (3-5)$$

و S_{in} و S_{out} به ترتیب ورود و خروج شوری و $K_{s\lambda}$ و $K_{s\phi}$ و $K_{s\sigma}$ به ترتیب ضریب‌های انتشار شوری در راستای، شرق‌سوی، شمال‌سوی و پاسوی می‌باشند.

معادله پیش‌بینی‌کننده رسانش گرمایی (q)
:(Zamanian, 2005)

$$\frac{Dq}{Dt} = \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{u}{r \cos \phi} \frac{\partial q}{\partial \lambda} + \frac{v}{r} \frac{\partial q}{\partial \phi} + \dot{\sigma} \frac{\partial q}{\partial \sigma} = Q_{\lambda} + Q_{\phi} + Q_{\sigma} - \frac{\alpha}{c_e} \frac{\partial \langle S \rangle}{\partial t} + \frac{g}{(p_b - p_A)} \frac{\partial}{\partial \sigma} (E_d - E_u) + \alpha Q \quad (6)$$

که در آن:

$$Q_{\lambda} = \frac{\alpha}{r^2 \cos \phi} \left\{ \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[\frac{k_{q\lambda}}{\cos \phi} \left[\frac{\partial T}{\partial \lambda} + \frac{\rho}{(p_b - p_A)} \frac{\partial T}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \right) \right] \right] + \frac{\rho}{(p_b - p_A)} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{k_{q\lambda}}{\cos \phi} \left[\frac{\partial T}{\partial \lambda} + \frac{\rho}{(p_b - p_A)} \frac{\partial T}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \right) \right] \right] \right\} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \right) \quad (1-6)$$

معادله‌ی پیش‌بینی‌کننده شوری s (psu)
:(Zamanian, 2005)

$$\frac{Ds}{Dt} = \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{u}{r \cos \phi} \frac{\partial s}{\partial \lambda} + \frac{v}{r} \frac{\partial s}{\partial \phi} + \dot{\sigma} \frac{\partial s}{\partial \sigma} = S_{\lambda} + S_{\phi} + S_{\sigma} + S_{in} + S_{out} \quad (5)$$

که در آن:

$$S_{\lambda} = \frac{\alpha}{r^2 \cos \phi} \left\{ \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[\frac{k_{s\lambda}}{\cos \phi} \left[\frac{\partial(\rho s)}{\partial \lambda} + \frac{\rho}{(p_b - p_A)} \frac{\partial(\rho s)}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \right) \right] \right] + \frac{\rho}{(p_b - p_A)} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{k_{s\lambda}}{\cos \phi} \left[\frac{\partial(\rho s)}{\partial \lambda} + \frac{\rho}{(p_b - p_A)} \frac{\partial(\rho s)}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \right) \right] \right] \right\} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \right) \quad (1-5)$$

$$S_{\phi} = \frac{\alpha}{r^2 \cos \phi} \left\{ \frac{\partial}{\partial \phi} \left[k_{s\phi} \cos \phi \left[\frac{\partial(\rho s)}{\partial \phi} + \frac{\rho}{(p_b - p_A)} \frac{\partial(\rho s)}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right) \right] \right] + \frac{\rho}{(p_b - p_A)} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[k_{s\phi} \cos \phi \left[\frac{\partial(\rho s)}{\partial \phi} + \frac{\rho}{(p_b - p_A)} \frac{\partial(\rho s)}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right) \right] \right] \right\} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \right) \quad (2-5)$$

$$T_q = \quad (1-7)$$

$$\frac{1}{c_{ps}} \left[\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{u}{r \cos \phi} \frac{\partial q}{\partial \lambda} + \frac{v}{r} \frac{\partial q}{\partial \phi} + \dot{\sigma} \frac{\partial q}{\partial \sigma} \right]$$

$$T_p = \quad (2-7)$$

$$\frac{\alpha a_T T}{c_{ps}} \left[\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{u}{r \cos \phi} \frac{\partial p}{\partial \lambda} + \frac{v}{r} \frac{\partial p}{\partial \phi} + \dot{\sigma} \frac{\partial p}{\partial \sigma} \right]$$

$$T_s = \quad (3-7)$$

$$\frac{1}{s\pi_T} \left[\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{u}{r \cos \phi} \frac{\partial s}{\partial \lambda} + \frac{v}{r} \frac{\partial s}{\partial \phi} + \dot{\sigma} \frac{\partial s}{\partial \sigma} \right]$$

هم‌چنین، انتشار دما در راستاهای شرق‌سوی،

شمال‌سوی و پاسوی عبارت‌اند از:

$$T_1 = \quad (4-7)$$

$$\frac{u}{r \cos \phi} \left(\frac{1}{c_{ps}} \frac{\partial q}{\partial \lambda} + \frac{\alpha a_T T}{c_{ps}} \frac{\partial p}{\partial \lambda} + \frac{1}{s\pi_T} \frac{\partial s}{\partial \lambda} \right)$$

$$T_2 = \quad (5-7)$$

$$\frac{v}{r} \left(\frac{1}{c_{ps}} \frac{\partial q}{\partial \phi} + \frac{\alpha a_T T}{c_{ps}} \frac{\partial p}{\partial \phi} + \frac{1}{s\pi_T} \frac{\partial s}{\partial \phi} \right)$$

$$T_3 = \quad (6-7)$$

$$\dot{\sigma} \left(\frac{1}{c_{ps}} \frac{\partial q}{\partial \sigma} + \frac{\alpha a_T T}{c_{ps}} \frac{\partial p}{\partial \sigma} + \frac{1}{s\pi_T} \frac{\partial s}{\partial \sigma} \right)$$

معادله‌ی معرف سرعت قائم (Zamanian, 2005):

$$\dot{\sigma}(\rho) = - \frac{1}{(p_b - p_A)} \quad (8)$$

$$\int_{\sigma=0}^{\sigma=\sigma} \left\{ \frac{1}{r \cos \phi} \left[\frac{\partial(p_b - p_A)}{\partial \lambda} u + (p_b - p_A) \frac{\partial u}{\partial \lambda} \right] - \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(p_b - p_A)}{\partial \phi} v + (p_b - p_A) \frac{\partial v}{\partial \phi} \right] \right\} d\sigma$$

$$- \frac{\sigma}{(p_b - p_A)} \frac{\partial}{\partial t} (p_b - p_A)$$

مؤلفه‌ی سرعت قائم (Zamanian, 2005):

$$w = - \frac{(p_b - p_A)}{\rho g} \dot{\sigma} \quad (9)$$

در رابطه‌ی بالا، وجود علامت منفی به دلیل آن

است که در مختصات قائم سیگما، جهت مثبت

محور

مختصات قائم، پاسوی در نظر گرفته‌شده است

درحالی‌که در سایر دستگاه‌های مختصات جهت

$$Q_\phi = \frac{\alpha}{r^2 \cos \phi} \quad (2-6)$$

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial \phi} \left\{ k_{q\phi} \cos \phi \left[\frac{\partial T}{\partial \phi} + \frac{\rho}{(p_b - p_A)} \frac{\partial T}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right) \right] \right\} + \frac{\rho}{(p_b - p_A)} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left\{ k_{q\phi} \cos \phi \left[\frac{\partial T}{\partial \phi} + \frac{\rho}{(p_b - p_A)} \frac{\partial T}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right) \right] \right\} \right\} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right)$$

$$Q_\sigma = \quad (3-6)$$

$$\frac{\alpha}{r^2 \cos \phi} \left[\frac{\rho g^2 \cos \phi}{(p_b - p_A)^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(k_{q\sigma} r^2 \rho \frac{\partial T}{\partial \sigma} \right) \right]$$

که در آن، $K_{q\phi}$ ، $K_{q\lambda}$ و $K_{q\sigma}$ به ترتیب

ضریب‌های انتشار رسانایی گرما در راستاهای،

شرق‌سوی، شمال‌سوی و پاسوی، α حجم ویژه،

c_e تندی نور در آب دریا^۱، S آهنگ گرم‌شدگی

در جرم واحد^۲ - در ارتباط با تغییرات زمانی -،

علامت $\langle \dots \rangle$ یا کماتک^۳ شکسته اشاره به

میانگین زمانی، E_d تابش‌گیری پایین‌سوی

سره^۴، E_u گستره‌ی تشعشع‌گیری بالاسوی سره^۵

و Q آهنگ گرم‌شدگی^۶ یا سردشدگی^۷ بر جرم

واحد ناشی از چشمه یا چاه‌های گرما می‌باشند

(Apel, 1999).

معادله‌ی پیش‌بینی‌کننده دما (T °C)

(Zamanian, 2005):

$$\frac{DT}{Dt} = \quad (7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{u}{r \cos \phi} \frac{\partial T}{\partial \lambda} + \frac{v}{r} \frac{\partial T}{\partial \phi} + \dot{\sigma} \frac{\partial T}{\partial \sigma}$$

$$= T_q + T_p + T_s$$

که در آن

^۱ Speed of light in seawater

^۲ Heating rate per unit mass

^۳ Parentheses

^۴ Net downward irradiance

^۵ Net upward spectral irradiance

^۶ Heating

^۷ Cooling

در این بخش به منظور همانندسازی عددی جریان آب، از روش‌های به‌کاربرده شده توسط محققان قبلی در محاسبه نیروی اصطکاک و تنش ناشی از آن استفاده می‌نماییم.

نیروی اصطکاک عبارت است از (Pugh and Woodward, 2014):

$$F = \frac{-g}{p_b} \frac{\partial \tau}{\partial \sigma} \quad (14)$$

اما با تعریفی که از σ در (۱) نمودیم، نیروی اصطکاک به صورت زیر درمی‌آید:

$$F = \frac{-g}{p_b - p_A} \frac{\partial \tau}{\partial \sigma} \quad (15)$$

که در آن τ تنش برشی یا نیروی ناروانی بر واحد سطح است. نیروهای اصطکاک در مرکز هر لایه (در ترازهای زوج) محاسبه می‌شوند. برای استفاده از معادله (۱۵) لازم است مقادیر تنش در مرز بین لایه‌ها (در ترازهای فرد) معلوم باشند

مرز بین لایه‌ها در ترازهای فرد زیر قرار دارند: تراز ۱، تراز سطحی و ترازهای ۳، ۵، ۷ و ۹ ترازهای میانی لایه‌ها و تراز ۱۱ تراز بستری نامیده می‌شوند.

در تراز سطحی ۱، تنش به صورت زیر است:

$$\tau_1 = \tau_s = C_D \rho_a |V_a - V_s| (V_a - V_s) \text{ Nm}^{-2} \quad (16)$$

V_a سرعت باد در ارتفاع ۱۰ متری از سطح دریا (ارتفاع بادسنج) و V_s سرعت جریان محیط اقیانوسی می‌باشند. ρ_a چگالی هوا و برابر با 1.23 Kg/m^3 و C_D ضریب پسا برابر است با (Wu, 1980):

$$C_D = (0.8 + 0.065 |V_{10}|) \times 10^{-3} \quad (17)$$

تنش در سطح آب به ترتیب در جهت‌های شرق‌سوی و شمال‌سوی:

$$\tau_{s\lambda} = C_D \rho_a (u_a - u_s) (|V_a| - |V_s|) \quad (18)$$

$$\tau_{s\phi} = C_D \rho_a (v_a - v_s) (|V_a| - |V_s|) \quad (19)$$

مثبت محور قائم و هم‌چنین جهت مؤلفه قائم سرعت w ، سرسوی گرفته می‌شود.

معادله‌ی زمین‌توانش (Zamanian, 2005):

$$\Phi(\lambda, \phi, \sigma) = \Phi(\lambda, \phi, 1) + \frac{(p_b - p_A)(1 - \sigma)}{\langle \rho \rangle} \quad (10)$$

معادله‌ی شعاع (فاصله‌ی هر نقطه از یک لایه تا مرکز زمین) (Zamanian, 2005):

$$r(\lambda, \phi, \sigma) = \Phi(\lambda, \phi, 1) + \frac{(p_b - p_A)(1 - \sigma)}{\langle \rho \rangle} \quad (11)$$

در معادلات (۱۰) و (۱۱)، $\langle \rho \rangle$ نشانگر میانگین وزنی چگالی از بستر تا تراز دلخواه سیگما می‌باشد و برای هر فرانسج دلخواه به شکل زیر تعریف می‌گردد:

$$\langle \dots \rangle = \frac{1}{1 - \sigma} \int_{\sigma=1}^{\sigma=\sigma} (\dots) d\sigma \quad (12)$$

معادله‌ی انحراف از ترازمندی ایستا در هر تراز:

$$\eta(\lambda, \phi, \sigma) = r(\lambda, \phi, \sigma) - r_{In}(\lambda, \phi, \sigma) \quad (13)$$

در معادله‌ی (۱۳)، $r_{In}(\lambda, \phi, \sigma)$ شعاع اولیه می‌باشد.

نیروی اصطکاک باد:

در اثر وزش باد بر سطح آب دریا، به علت وجود نیروی اصطکاک بین جو و سطح دریا تکانه‌ی هوا به درون لایه‌های آب انتقال می‌یابد. در اثر این انتقال سرعت باد کاهش می‌یابد ولی در سطح آب جریان سطحی ایجاد می‌گردد. در شرایط پایای وزش باد در اثر وجود ناروانی بین لایه‌های آب دریا، به شکل پیوسته تکانه باد به لایه‌های درون اقیانوس از سطح تا کف منتقل می‌گردد. در اثر انتقال تکانه، جریان در لایه‌های درون دریا با سرعت‌های مختلفی به وجود می‌آیند. برای محاسبه سرعت جریان در لایه‌های مختلف لازم است از نیروی اصطکاک و تنش‌های ناشی از آن آگاهی داشته باشیم (Davies, 1983).

در این مدل، برای حل عددی معادلات از روش تفاضل متناهی و از طرحواره لکس-وندروف برای جملات فرارفتی و از طرحواره دوفورت فرانکل برای جملات انتشاری استفاده می‌گردد. علاوه بر آن در هر ۱۰ گام زمانی از طرحواره پس‌رو اویلر^۱ (ماتسونو^۲) برای پالایش محاسبات از پاسخ‌های نوسانی استفاده می‌کنیم. برای برقراری شرط C.F.L. از رابطه زیر مقدار گام زمانی Δt برابر با ۳۶۰ ثانیه در نظر گرفته شده است.

$$\Delta t \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sqrt{(\Delta s \lambda_{\min})^2 + (\Delta s \phi_{\min})^2}}{(\sqrt{gH_{\max}} + \bar{U})} \quad (27)$$

شرایط اولیه مدل:

شرایط لازم برای اجرای مدل از لحظه $t=0$ ، به شرایط اولیه حاکم بر مدل معروف می‌باشد. بنا به فرض در لحظه‌ی اول، هیچ نیرویی به شاره وارد نمی‌شود و شاره در حال سکون است. در چنین شرایط اولیه‌ای، سطح دریا، سطوح هم‌توانش^۳ و سطوح هم‌فشار - در این شرایط - افقی می‌باشند؛ بنابراین داریم:

$$u = v = \dot{\sigma} = \eta = \quad (28)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \lambda} = \frac{\partial p}{\partial \phi} = \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} = 0$$

شرایط اولیه‌ی دما و شوری برای محیط بر اساس جدول (۱) تعیین گشته است:

تنش بستری به صورت زیر تعریف می‌گردد (Nihoul, 1977):

$$\tau_b = -m\tau_s + D\bar{V}|V_{10}| \quad (20)$$

که در آن τ_b و τ_s به ترتیب تنش ویژه کف و تنش ویژه سطح آب (تنش‌هایی که بر جرم ویژه آب دریا تقسیم شده‌اند) و \bar{V} میانگین سرعت در لایه پنجم و m و D دو ضریب پسای تجربی می‌باشند. برای مدل پنج‌لایه داریم.

$$\tau_{11} = -m\tau_9 + D\bar{V}_{k=10}|V_{k=10}| \quad (21)$$

که در آن (Nihoul, 1977):

$$m = 0.07 \text{ و } D = 0.00211$$

در هر یک از ترازهای زوج، تنش برشی با در نظر گرفتن آرایه قائم سیگما عبارت است از:

$$\tau = A_\sigma \left[\frac{-\rho g}{p_b - p_A} \frac{\partial V}{\partial \sigma} \right] \quad (22)$$

که در آن A_σ به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$A_\sigma = A_v + \mu \quad (23)$$

به این ترتیب نیروی اصطکاک در لایه اول:

$$F_2 = \frac{-5g}{p_b - p_A} (\tau_3 - \tau_1) \quad (24)$$

برای لایه‌های میانی یعنی در ترازهای ۴، ۶، ۸ از رابطه زیر استفاده می‌کنی:

$$F_k = \frac{-5g}{p_b - p_A} (\tau_{k+1} - \tau_{k-1}) \quad (25)$$

نیروی اصطکاک در لایه‌ی پنجم یعنی در تراز ۱۰:

$$F_{10} = \frac{-5g}{p_b - p_A} (\tau_{11} - \tau_9) \quad (26)$$

ساختار شبکه مورد استفاده:

در این مدل از شبکه آراکوا C تعدیل‌یافته استفاده می‌کنیم (Estoque, 1963; Khan and Alas, 1993). فاصله افقی بین نقاط شبکه در راستای شرق‌سوی و شمال‌سوی $\Delta\lambda = \Delta\phi = 0.5^\circ$ و در راستای قائم، معرف فاصله بین نقاط شبکه $\Delta\sigma = 0.1$ در نظر گرفته شده است.

^۱ Euler backward
^۲ Matsuno
^۳ Equipotential

جدول (۱): شرایط اولیه دما و شوری

شوری (psu)	دما (°C)	لایه
۲۲	۳۰	۱
۲۴	۲۸	۲
۲۶	۲۶	۳
۲۸	۲۴	۴
۳۰	۲۲	۵

شرایط مرزی مدل:

در این مدل فرض می‌گردد که دیواره‌ها سخت و شرط ناسُرش^۱ برقرار است؛ بنابراین، مؤلفه‌های سرعت مماس و عمود بر دیواره‌ها صفر می‌باشند:

$$\begin{cases} \mathbf{u}(\lambda, \phi, \sigma, t) \cdot \mathbf{n} = 0 \\ \mathbf{v}(\lambda, \phi, \sigma, t) \cdot \mathbf{n} = 0 \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{cases} \mathbf{u}(\lambda, \phi, \sigma, t) \cdot \mathbf{t} = 0 \\ \mathbf{v}(\lambda, \phi, \sigma, t) \cdot \mathbf{t} = 0 \end{cases} \quad (30)$$

که در آن \mathbf{n} و \mathbf{t} ، به ترتیب بردارهای یکه عمود و مماس بر دیواره مرزها می‌باشند. شرط این‌که جریانی نتواند از بستر سخت عبور نماید، در زیر آمده است:

$$\sigma = 1 \rightarrow \begin{cases} u = v = 0 \\ \dot{\sigma} = 0 \end{cases} \quad (31)$$

شرط مرزی حرکت‌شناختی^۲ برای دما و شوری در سطح و بستر:

$$\begin{cases} \sigma = 0 \rightarrow \frac{\partial T}{\partial \sigma} = \frac{\partial s}{\partial \sigma} = 0 \\ \sigma = 1 \rightarrow \frac{\partial T}{\partial \sigma} = \frac{\partial s}{\partial \sigma} = 0 \end{cases} \quad (32)$$

همین‌طور برای دما و شوری بر روی دیواره‌ها

چنین

است:

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial \lambda} = \frac{\partial s}{\partial \lambda} = 0 \\ \frac{\partial T}{\partial \phi} = \frac{\partial s}{\partial \phi} = 0 \end{cases} \quad (33)$$

عدد راسبی^۳

طبق تعریف عدد راسبی عبارت است از نسبت بین جملات فرارفت افقی (نیروی لختی) به نیروی کوریولیس در معادلات (۲) و (۳) (Haltiner and Williams, 1980):

$$R_o = \frac{U^2}{fL} = \frac{U}{fL} \quad (34)$$

که در آن، U و L ، به ترتیب مقیاس سرعت‌های افقی و مقیاس طول افقی می‌باشند.

۳. نتایج

برای بررسی پایداری مدل، ابتدا بدون اعمال نیروی باد، به مدت ۸ سال و سپس با اعمال نیروی باد به مدت ۳ سال، مدل هم‌چنان پایدار باقی ماند.

با اعمال نیروی باد یکنواخت به مدل و اجرای آن، نتایج مربوط به میدان جریان باد-رانده در اثر ۴ روز وزش مداوم باد غربی با تندی ۱۰ متربرثانیه در یک حوضه‌ی مستطیل شکل با مرزهای بسته و کف تراز و عمق ۱۲۰ متر، در لایه‌ی اول و پنجم به ترتیب در جدول‌های (۲) و (۳) درج شده‌اند.

جدول (۲): نتایج حاصل از محاسبه برخی از مقادیر مهم معادلات تکانه به کاربرده شده در مدل

عددی (در لایه اول در وسط حوضه)	نیرو بر واحد جرم	اندازه برآیند

Rosby Number^۳No Slip^۱
Kinematic boundary condition^۲

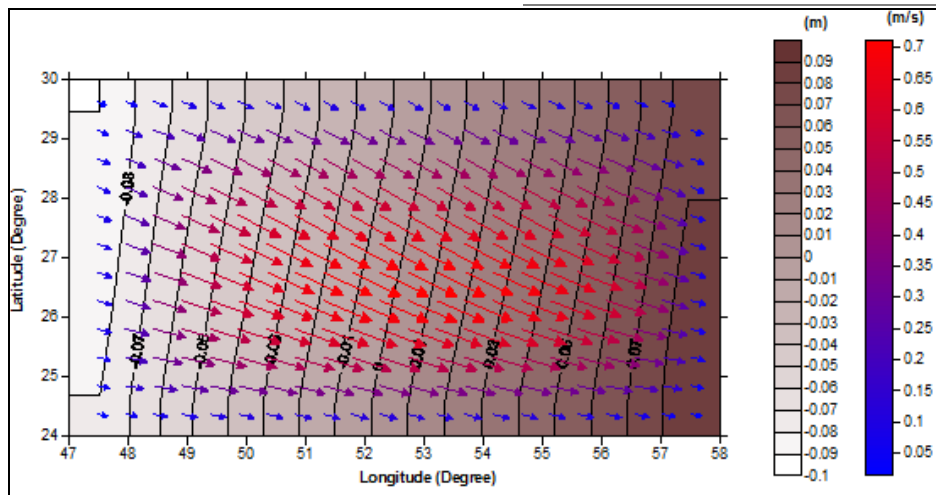
$1/51 \times 10^{-6}$	گرادیان فشار
$5/0 \times 10^{-7}$	انتشار افقی تکانه
$4/9 \times 10^{-7}$	کوربولیس
$2/7 \times 10^{-7}$	تنش باد

m/s^2	
$8/5 \times 10^{-6}$	تنش باد
$3/2 \times 10^{-6}$	انتشار افقی تکانه
$2/9 \times 10^{-6}$	کوربولیس
$1/72 \times 10^{-7}$	گرادیان فشار

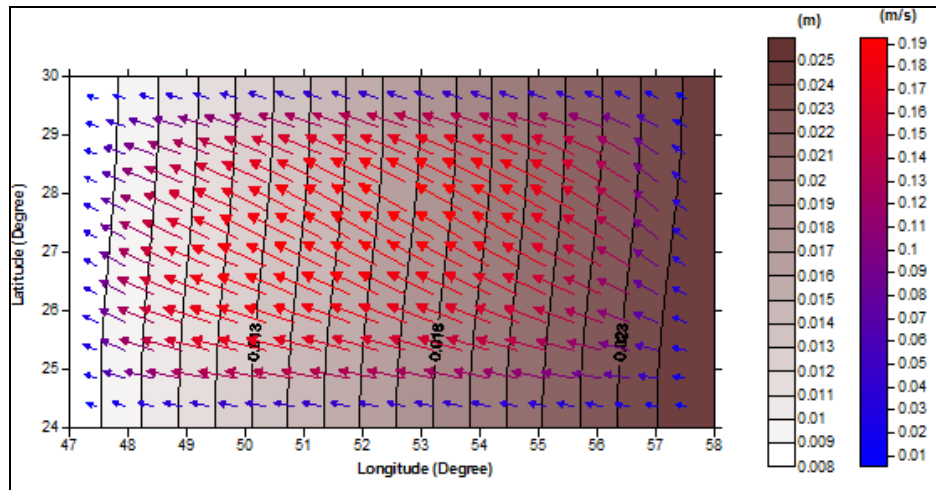
در شکل‌های (۱) و (۲)، در یک حوضه‌ی مستطیل شکل با مرزهای بسته و کف تراز و عمق ۱۲۰ متر، به ترتیب میدان جریان، در لایه‌ی اول و لایه‌ی پنجم، پس از ۴ روز اعمال نیروی باد یکنواخت غربی با تندی ۱۰ متربرثانیه به مدل، نمایش داده شده‌اند.

جدول (۳): نتایج حاصل از محاسبه برخی از مقادیر مهم معادلات تکانه به کار برده شده در مدل عددی (در لایه پنجم در وسط حوضه)

نیرو بر واحد جرم اندازه برآیند m/s^2



شکل (۱): میدان جریان و خطوط هم‌اندازه انحراف از ترازمندی ایستا در لایه‌ی اول

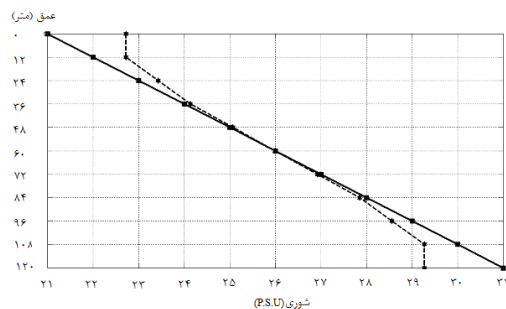


شکل (۲): میدان جریان و خطوط هم‌اندازه انحراف از ترازمندی ایستا در لایه‌ی پنجم

در شکل (۳)، میدان جریان در ۵ لایه، در امتداد طول جغرافیایی و در وسط حوضه پس از ۴ روز وزش باد نمایش داده شده است.

$-4/3 \times 10^{-9}$	انتشار پاسوی شوری
$-1/4 \times 10^{-10}$	فرارفت پاسوی شوری
$1/1 \times 10^{-10}$	فرارفت افقی شوری

در شکل (۴)، نمایه‌های قائم شوری با عمق حاصل از اجرای مدل (منحنی خط‌چین) با مقادیر اولیه (منحنی پر) در نقطه‌ای واقع در میانه‌ی حوضه مقایسه شده‌اند.



شکل (۴): نمودار اولیه شوری (خط پُر) و نمودار شوری پس از ۴ روز وزش باد (خط‌چین) در وسط حوضه

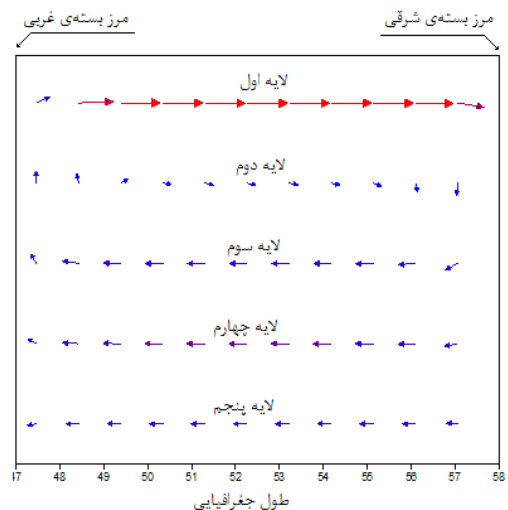
جدول (۷): نتایج حاصل از محاسبه برخی از مقادیر مهم معادله دما به کار برده شده در مدل عددی (در لایه اول در وسط حوضه)

اندازه $\left(\frac{^{\circ}K}{s}\right)$	جملات دما
$-3/9 \times 10^{-9}$	فرارفت افقی دما
$-1/7 \times 10^{-9}$	انتشار پاسوی دما
$1/7 \times 10^{-9}$	فرارفت پاسوی دما

جدول (۸): نتایج حاصل از محاسبه برخی از مقادیر مهم معادله دما به کار برده شده در مدل عددی (در لایه پنجم در وسط حوضه)

اندازه $\left(\frac{^{\circ}K}{s}\right)$	جملات دما
$-2/5 \times 10^{-10}$	انتشار پاسوی دما
$2/4 \times 10^{-10}$	فرارفت پاسوی دما
$-9/0 \times 10^{-11}$	فرارفت افقی دما

در شکل (۵)، نمایه‌های قائم دما با عمق حاصل از اجرای مدل (منحنی خط‌چین) با مقادیر اولیه (منحنی پر) در نقطه‌ای واقع در میانه‌ی حوضه مقایسه



شکل (۳): میدان جریان در ۵ لایه، در امتداد طول جغرافیایی و در وسط حوضه پس از ۴ روز وزش باد

با توجه به تعریف عدد راسبی (۲۸)، در جدول (۴) مرتبه‌ی عدد راسبی را در هر لایه درج نموده‌ایم.

جدول (۴): مرتبه عدد راسبی در لایه‌های مختلف

لایه	مرز غربی	مرز شرقی	مرز میانه حوضه	مرز شمالی	مرز جنوبی
۱	10^{-3}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-3}
۲	10^{-5}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}
۳	10^{-3}	10^{-3}	10^{-5}	10^{-3}	10^{-3}
۴	10^{-3}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-3}	10^{-3}
۵	10^{-3}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-3}	10^{-3}

جدول (۵): نتایج حاصل از محاسبه برخی از مقادیر مهم معادله شوری به کار برده شده در مدل عددی (در لایه اول در وسط حوضه)

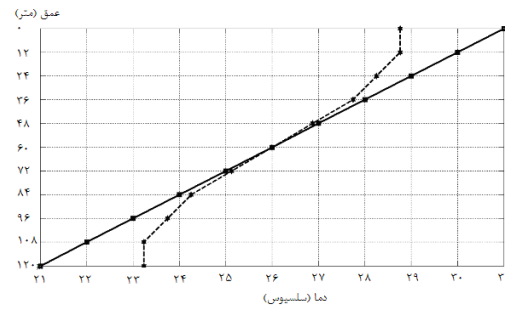
اندازه $\left(\frac{psu}{s}\right)$	جملات شوری
$3/12 \times 10^{-9}$	انتشار پاسوی شوری
$-2/9 \times 10^{-9}$	فرارفت پاسوی شوری
$2/1 \times 10^{-9}$	فرارفت افقی شوری

جدول (۶): نتایج حاصل از محاسبه برخی از مقادیر مهم معادله شوری به کار برده شده در مدل عددی (در لایه پنجم در وسط حوضه)

اندازه $\left(\frac{psu}{s}\right)$	جملات شوری
-------------------------------------	------------

شده‌اند.

حرکت درمی‌آید (شکل‌های ۲ و ۳). از آنجاکه شرایط دیواره‌های سخت و شرط ناسرّش (معادلات ۲۹ و ۳۰) برقرار می‌باشند، لذا در مرز شرقی آب ناگزیر است به سمت لایه‌های پایین‌تر و در مرز غربی، به سمت لایه‌های بالاتر حرکت کند (شکل ۳). به این ترتیب یک چرخش در لایه‌های آب به وجود می‌آید. در اثر این چرخش آب‌های گرم‌تر و شیرین‌تر لایه‌های بالایی با آب‌های سردتر و شورتر لایه‌های پایینی مخلوط می‌گردند. با توجه به مقادیر عدد راسبی در جدول (۴)، درمی‌یابیم که در وسط حوضه حرکات بزرگ‌مقیاس وجود دارد. با در نظر گرفتن نتایج جدول‌های (۵) و (۶) می‌توان دریافت که در لایه‌های سطحی و لایه‌های زیرین، در اثر انتشار شوری (به‌عنوان جمله‌ی غالب)، به شوری لایه‌های بالایی افزوده و از شوری لایه‌های زیرین کاسته می‌گردد (شکل ۴). از نتایج جدول‌های (۷) و (۸) می‌توان دریافت که در لایه‌های سطحی در اثر فرارفت افقی دما (به‌عنوان جمله‌ی غالب)، از دمای سطحی کاسته و در لایه‌های زیرین، در اثر فرارفت پاسوی دما، به دمای لایه‌های پایینی اضافه می‌گردد (شکل ۵).



شکل (۵): نمودار اولیه دما (خط پُر) و نمودار دما پس از ۴ روز وزش باد (خط چین) در وسط حوضه

۴. بحث و نتیجه‌گیری

از اعداد مندرج در جدول‌های (۲) و (۳)، می‌توان نتیجه گرفت که در لایه‌ی اول، تنش باد از سایر جمله‌ها قوی‌تر است و میدان جریان در جهت باد ولی با کمی انحراف به سمت راست در نیم‌کره‌ی شمالی (به دلیل نیروی کوریولیس) به‌راه می‌افتد و در جنوب‌شرقی حوضه سطح آب بالاتر از سایر نقاط می‌گردد (شکل ۱). ولی در لایه‌های پایین‌تر (لایه‌ی پنجم)، نیرو بر واحد جرم ناشی از تغییرات افقی فشار دارای اهمیت بیشتری نسبت به سایر جملات تکانه می‌باشد (به‌ویژه در جنوب‌شرقی حوضه که سطح آب بالاتر از سایر نقاط می‌گردد) و تنش باد دارای اهمیت بسیار کمتری است (شکل ۲). در نتیجه در لایه‌ی زیرین (لایه‌های سوم، چهارم، پنجم)، در اثر تغییرات افقی فشار، جریان آب در جهت مخالف لایه‌های بالاتر و برای جبران آب‌های سطحی، به

منابع

Engineering.

Estoque M. A. 1963. A numerical model of the atmospheric boundary layer. *Journal of Geophysical Research*, 68(4), 1103–1113.

Faraji H., Zamanian M. T., Rashidi E. H. A. and Azaram Sa S. A. 2012. Numerical Simulation of Ekman Theory in Five Layers Oceanic Basin. *Journal of Marine Science and Technology*, 11 (1), 41-48.

Haltiner G. J., and Williams R. T. 1980. Numerical prediction and dynamic

Apel J. R. 1999. Principles of Ocean Physics. (R. D. and J. R. HOLTON, Ed.), International Geophysics Series (Vol. 38). London Academic Press.

Davies A. M. 1983. Application of a three-dimensional shelf model to the calculation of North Sea currents. *North Sea Dynamics*, 44–62.

Drago M., and Iovenitti L. (2000). 6 - Coordinates hydrodynamic numerical model for coastal and ocean three-dimensional circulation. *Ocean*

- tsunamis and mean sea-level changes.
- Roemmich, D., Johnson G., Riser S., Davis R., Gilson J., Owens W. B., and Ignaszewski M. 2009. The Argo Program: Observing the Global Oceans with Profiling Floats. *Oceanography*, 22(2), 34–43.
- Thomson R., and Emery W. 2014. Data analysis methods in physical oceanography (Third).
- Wu J. 1980. Wind-Stress coefficients over Sea surface near Neutral Conditions—A Revisit. *Journal of Physical Oceanography*, 10(5), 727–740.
- Zamanian M. T. 2005. Project of the two layer oceanic base model. Report of the Atmospheric Sciences and Meteorological Research Center. Tehran, Iran.
- Zamanian M. T., Sadri Nasab M. and Fallahi M. 2018. Designing a numerical model to study the effect of Tide and wind in a laboratory basin in similarity to Persian Gulf. *Journal of Marine Science and Technology* (In press),. do: 10.22113 / jmst.2019.149922.2203
- meteorology.
- Jin Z., Charlock T. P., Smith W. L., and Rutledge K. 2004. A parameterization of ocean surface albedo. *Geophysical Research Letters*, 31(22), 1–4.
- Kantha L., and Clayson, C. 2000. Numerical Models of Oceans and Oceanic Processes. *International Geophysics* (Vol. 66).
- Khan T., and Alas J. D. Las. 1993. Application of a wind-driven barotropic model to simulate the seasonal circulation of the northern Arabian Sea. *Pakistan Journal of*.
- Nihoul J. C. J. 1977. Three-dimensional model of tides and storm surges in a shallow well-mixed continental sea. *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, 2(1), 29–47.
- Phillips N. 1957. A coordinate system having some special advantages for numerical forecasting. *Journal of Meteorology*. Retrieved from
- Pous S. P., Carton X., and Lazure P. 2004. Hydrology and circulation in the Strait of Hormuz and the Gulf of Oman-Results from the GOGP99 Experiment: 1. Strait of Hormuz. *Journal of Geophysical Research C: Oceans*, 109(12), 1–15.
- Pugh D., and Woodworth P. 2014. Sea-level science: understanding tides, surges,

Development of a three dimensional numerical modeling to study the thermodynamics of wind-driven currents

Farhady, Ardeshir^{*}. Zamanian, Mohammad Taghi

1. Atmospheric Sciences and Meteorological Research Center (ASMERC), Tehran, Iran

Abstract

We have developed a basic three-dimensional finite difference hydrodynamic oceanic model using baroclinic primitive equations based on the earth's spherical coordinate modified by vertical sigma coordinate with eleven levels equivalent to five layers to study the thermodynamics of wind-driven currents. In this basic model, we consider an enclosed rectangle area, with constant depth of 120 m, which is the same location as the Persian Gulf.

In this model, the horizontal finite difference scheme is staggered and, the model uses a modified Arakawa C grid with the two-step Lax-Wendruf scheme and Dufort-Frankel scheme to simulate the advection terms and diffusion terms, respectively. We have simulated the horizontal velocity fields, salinity and temperature distributions by forcing the model with the steady bellowing wind over the area for four days with the speed of 10 m/s and direction 270°. According to the Rossby number of the order of one tenth thousands, the large scale processes are dominated in the middle of such basins.

The salinity and temperature of the layers are changed due to the diffusion and convection terms in the salinity and temperature equations, respectively.

Keywords: development, numerical modeling, wind-induced currents, thermodynamics

List of tables & figures

Fig (1): Current field and contour of deviation from mean level in first layer.

Fig (2): Current field and contour of deviation from mean level in fifth layer.

Fig (3): Longitudinal flow field in 5 layers, in the middle of the basin after wind blowing for 4 days.

Fig (4): Initial salinity diagram (full line) and salinity diagram after 4 days of wind blowing (dashed line), in the middle of the basin.

Fig (5): Initial temperature diagram (full line) and temperature diagram after 4 days of wind blowing (dashed line), in the middle of the basin.

Table (1): initial conditions of temperature and salinity

Table (2): The results of the computation of the some important terms of the Navier–Stokes equations which have used in the model, at the first layer in the middle of the basin

Table (3): The results of the computation of the some important terms of the Navier–Stokes equations which have used in the model, at the fifth layer in the middle of the basin

Table (4): The magnitude of the Rossby number in different layers

Table (5): The results of the computation of the some important terms of the Salinity equation which have used in the model, at the first layer in the middle of the basin

Table (6): The results of the computation of the some important terms of the Salinity equation which have used in the model, at the fifth layer in the middle of the basin

Table (7): The results of the computation of the some important terms of the Temperature equation which have used in the model, at the first layer in the middle of the basin

^{*} Corresponding author, E-mail: ardeshir.farhady@yahoo.com

Table (8): The results of the computation of the some important terms of the Temperature equation which have used in the model, at the fifth layer in the middle of the basin