

## تحلیل هیدروفویل با طول بی نهایت در نزدیکی سطح آزاد

سید خلیل شریعتی، سید حسین موسوی زادگان\*

دانشکده مهندسی دریا، دانشگاه صنعتی امیر کبیر

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۷/۲۱

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۱۱/۴

شناسه دیجیتال (DOI): [10.22113/jmst.2016.15617](https://doi.org/10.22113/jmst.2016.15617)

### چکیده

در مرحله طراحی مفهومی شناورهای زیرسطحی جهت استخراج ضرائب هیدرودینامیکی سطوح کنترل، از ضریب برا مقاطع دو بعدی که در مراجع و کتاب‌های تئوری مقاطع بال ارائه شده، استفاده می‌شود. نکته حائز اهمیت در استفاده از این ضریب آن است که در کتاب‌های تئوری مقاطع بال این ضریب برای حالت دور از سطح آزاد استخراج شده و برای تحلیل حرکت شناور در نزدیک سطح آزاد نیاز به اصلاح و در نظر گرفتن اثر سطح آزاد بر روی این ضریب می‌باشد. بر این اساس با فرض جریان پتانسیل و استفاده از روش المان مرزی یک کد کامپیوتری جهت محاسبه ضریب برا هیدروفویل‌ها با مقاطع مختلف در حالت مغروق و در نزدیکی سطح آزاد توسعه داده شد. نتایج بدست آمده در حالت کاملاً مغروق با نتایج تجربی و عددی موجود در منابع علمی تطابق کامل دارند و در حالت نزدیک به سطح نیز با دقت مناسبی با این نتایج تطابق دارد.

**واژگان کلیدی:** هیدروفویل، سطح آزاد، نیروی برا، جریان پتانسیل، روش المان مرزی

\* نویسنده مسئول، پست الکترونیک: hmousavi@aut.ac.ir

## ۱- مقدمه

استخراج ضرائب هیدرودینامیکی بدنه و ملحقیات آن، یکی از مسائل و مشکلات اصلی در پروسه طراحی یک شناور زیر سطحی می‌باشد. این مسئله در فازهای اولیه طراحی مانند طراحی مفهومی که نیاز به محاسبه سریع ضرائب بوده و هنوز مشخصات بدنه کاملاً مشخص نشده، بیشتر خود را نشان می‌دهد. برای حل این مشکل روش تخمینی محاسبه ضرائب پیشنهاد گردیده است (Martin 2015). در این روش برای محاسبه نیروی تولیدی سطوح کنترل شناور از ضریب برا مقطع دوبعدی سطح کنترل استفاده شود. نکته حائز اهمیت در استفاده از این ضریب آن است که در کتاب‌های تئوری مقاطع بال این ضریب برای حالت دور از سطح آزاد ارائه شده و برای تحلیل حرکت شناور در نزدیک سطح نیاز به اصلاح و در نظر گرفتن اثر سطح آزاد بر روی این ضریب می‌باشد.

تلاش برای تحلیل جریان در اطراف یک هیدروفویل به سال‌های انتهایی قرن نوزدهم باز می‌گردد (Esmaeli & javarshakian, 2012). در آن سال‌ها تلاش‌های متعددی برای استخراج روابط تحلیلی و حل جریان سیال در اطراف هیدروفویل به عمل آمد اما پیچیدگی هندسه و نیز جریان سبب شد که این معادلات به سادگی قابل حل نباشند، لذا از مدل‌های تئوری برای شناخت بیشتر مسئله استفاده شد. به عنوان مثال روشی مبتنی بر روابط تحلیلی و روش تصویر<sup>۱</sup> توسط ولادیمیروف (Vladimirov, 1937)، کوچین (Kotchin, 1953)، ولدین و همکاران (Wadlin, et al, 1955) و دوکین (DuCane, 1972) بسط داده شد. اما بررسی‌های اولیه جهت تحلیل جریان در اطراف یک جسم مغروق به فعالیت‌های هاولوک (Giesing & Smith, 1967) بر می‌گردد. او با

فرض جریان پتانسیل و استفاده از روش انتگرال مرزی<sup>۲</sup> و نگاشت<sup>۳</sup> به بررسی نیروی وارد بر استوانه دو بعدی پرداخت.

پس از آن روش‌های عددی مختلف متعددی جهت تحلیل جریان دو بعدی در اطراف هیدروفویل ارائه شد که در این میان روش المان مرزی که توسط هس و اسمیت<sup>۴</sup> (Hess & Smith, 1967) و گیسینگ و اسمیت (Giesing & Smith, 1967) ارائه شد، از جمله آنها است. در این روش آنها با استفاده از روش انتگرال گرین، یک تابع گرین که معادله حاکم را ارضاء می‌کند ارائه دادند و سپس با استفاده از روش عددی، جریان در اطراف هیدروفویل را تحلیل کردند. این روش دارای مشکلاتی از قبیل وجود نقاط تکین در انتگرال بود که باعث پیچیدگی محاسبات خصوصاً در تحلیل‌های سه بعدی می‌شد. برای حل این مشکل یک روش عددی تحلیل توسط بال (Bal, 1999) با استفاده از توزیع چشمه و دابلت و شرط مرزی دریشه<sup>۴</sup> ارائه شد که می‌توانست به طور مستقیم پتانسیل سرعت را در اطراف هیدروفویل محاسبه نماید. داوسون (Dawson, 1977) از تابع گرین چشمه رنگین استفاده کرد. بنابراین جریان در اطراف هیدروفویل شامل یک انتگرال بر روی سطح آزاد نیز گشت. بوگر و یونگ (Bouger & Yeung, 1979) یک روش هیبریدی معرفی کردند. این روش ترکیبی از تخمین انتگرال مرزی در دومین نزدیک میدان جریان و تابع ویژه خطی سطح آزاد در دومین دور دست بود. بعلاوه سالواسن، کنل و پولکین، فوربس، بای و هان به بررسی اثرات غیر خطی سطح آزاد

<sup>۲</sup>Boundary integral<sup>۳</sup>Conformal mapping<sup>۴</sup>Drichlet<sup>۱</sup>Image Method

پر کاربردترین برنامه‌های توسعه یافته در این زمینه می‌باشد.

بر اساس جریان پتانسیل و با استفاده از روش المان مرزی یک برنامه کامپیوتری جهت تعیین ضریب برا مقاطع مختلف ارائه شده است. در این برنامه ورودی مسئله عبارت است از شماره گذاری چهار رقمی سری ناکای مقطع و زاویه حمله، سپس پروفیل مقطع طبق روابط مربوط به سری استاندارد ناکا تشکیل شده و سپس این مقطع به پنل‌های خطی تقسیم شده و سطح آزاد نیز به صورت پنل‌های مسطح ایجاد می‌گردد. پس از آن با توزیع چشمه و دیپل با قدرت ثابت بر روی پنل‌های بدنه و چشمه با قدرت ثابت بر روی سطح آزاد، توزیع فشار در اطراف فویل محاسبه و سپس بر اساس این توزیع فشار ضریب برا تعیین شده است. پس از محاسبه ضریب برا در حالت مغروق و دور از سطح، نتایج با نتایج حاصله از برنامه ایکس فویل و نتایج در حالت نزدیک به سطح با نتایج ارائه شده توسط بال (Bal, 1999) مقایسه شده است.

## ۲- مواد و روش‌ها

معادلات کلی ناویر استوکس برای تحلیل جریان در اطراف یک جسم معادلات بسیار پر قدرتی بوده اما حل عددی آن در اطراف یک جسم زمان بسیاری را طلب می‌کند و در شرایط خاص همانند جریان غیر قابل تراکم عبوری از روی یک فویل می‌توان با صرف نظر کردن از ویسکوزیته که تنها در لایه‌ای باریک در نزدیکی سطح اهمیت دارد نسبت به ساده سازی معادلات اقدام نمود. بر این اساس به بررسی یک هیدروفویل کاملاً مغروق در جریان سیال ایده‌آل که با زاویه حمله  $\alpha$  نسبت به جریان سیال قرار دارد پرداخته شده است. در شکل ۱ شرایط این مسئله نشان داده شده است.

پرداختند. سالواسن (Salvesen, 1969) تئوری ثابت مرتبه دوم اختلاط را استخراج نمود. کنل و پولکین (Kennell & Plotkin, 1984) اثرات مرتبه دوم سطح آزاد را برای یک هیدروفویل نازک محاسبه کردند. فوربس (Forbes, 1985) شرط مرزی کاملاً غیر خطی سطح آزاد را ارضاء نمود و بای و هان (Bai & Han, 1994) روش المان محدود مبتنی بر اصل هلموتز را جهت حل مسائل غیر خطی در حل این مسئله بکار بردند.

وو و اتسوک تیلور (Wu & Eatock Taylor, 1995) نسبت به مقایسه روش المان محدود و روش المان مرزی در تحلیل غیر خطی زمانی یک فویل دو بعدی اقدام نمودند. فالینسن و سمنوف (Semenov & Falyinsen, 2008) با استفاده از روش نگاشت جریان پتانسیل غیر خطی را در اطراف یک هیدروفویل حل نمودند و چن (Chen, 2012) با استفاده از روش پنل و با استفاده از توزیع ورتکس ثابت بر روی سطح هیدروفویل نسبت به تحلیل آن اقدام نمود. با توسعه نرم افزارهای تجاری دینامیک سیالات محاسباتی محققین مختلفی نیز نسبت به تحلیل هیدروفویل‌های مختلف در شرایط متعدد اقدام نمودند (Esmaeli & javarshakian, 2012)، (Karima, Prasad, & Rahman, 2014). بعلاوه با توجه به نیاز به برنامه‌های کامپیوتری جهت پیش‌بینی عملکرد فویل‌ها، برنامه‌های متعددی نیز جهت تحلیل جریان در اطراف فویل توسعه داده شد که در این میان ایزز (Drela, 1986) از روش تفاضل محدود و برنامه ایکس فویل (Drela, 1989) و پاندا (Kroo, 1988) از روش پنل برای تحلیل استفاده می‌کنند. ایکس فویل برنامه‌ای است که در دانشگاه ام‌ای تی جهت تحلیل انواع فویل توسعه داده شده است و یکی از

شرط مرزی بر روی سطح جسم به صورت سرعت کل عمودی سیال بر روی سطح جسم برابر صفر است پس:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial n} = -\vec{U} \cdot \vec{n} \quad \text{فرمول ۴}$$

شرط مرزی سطح آزاد شامل:

شرط عدم نفوذ در سطح آزاد:

$$\zeta_x + \phi_y \zeta_y = \phi_z \quad \text{فرمول ۵}$$

شرط برابری فشار:

$$\frac{1}{2}(\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2) + g\zeta = \frac{U^2}{2} \quad \text{فرمول ۶}$$

با ترکیب دو معادله ۵ و ۶ می‌توان نوشت:

$$\phi \cdot \nabla \left[ \frac{1}{2}(\nabla \phi \cdot \nabla \phi) \right] - g\phi_z = 0 \quad \text{فرمول ۷}$$

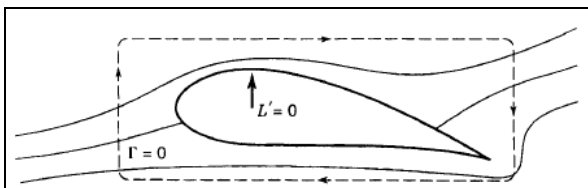
شرط مرزی سطح آزاد ۷ غیر خطی می‌باشد که برای ساده شدن مسئله خطی می‌گردد. برای این منظور ابتدا معادله ۲ را در معادله ۷ قرار داده و سپس بسط تیلور  $\phi$  را حول نقطه  $z = 0$  نوشته و با صرف نظر از ترم‌های مرتبه بالا شرط مرزی خطی شده به صورت زیر استخراج می‌شود (Tarafder & Suzuki, 2007).

$$\phi_{xx} + \frac{g}{U^2} \phi_z = 0 \quad \text{فرمول ۸}$$

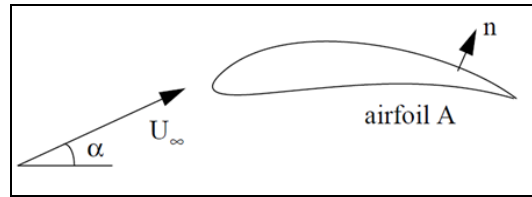
در دوردست اثر موج حذف خواهد شد یعنی:

$$no \text{ wave as } x \rightarrow \infty \quad \text{فرمول ۹}$$

برای در نظر گرفتن شرط کوتاه<sup>۱</sup> در لبه فرار با توجه به آنکه در یک فویل واقعی دو نقطه رکود<sup>۲</sup> وجود دارد یکی در لبه حمله و دیگری در لبه فرار. در تحلیل جریان سیال ایده‌آل نقاط رکود ایجاد می‌شود ولی محل نقطه رکود عقبی در لبه فرار نمی‌باشد و برای ایجاد آن فرض می‌شود که یک سیرکولاسیون در اطراف فویل وجود دارد که باعث رانده شدن نقطه رکود به لبه فرار می‌شود.

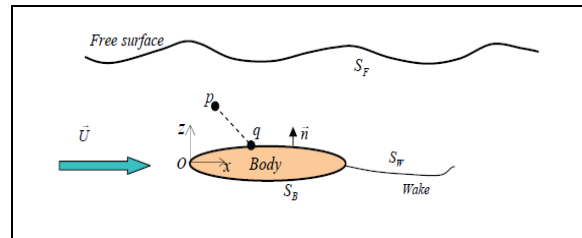


شکل ۳- نقاط رکود در تحلیل سیال ایده‌آل



شکل ۱- شرایط تحلیل مسئله

جهت تحلیل حرکت جسم مغروق نزدیک سطح آزاد از دو دستگاه مختصات استفاده می‌شود یکی دستگاه مختصات جهانی O-XYZ ثابت و دیگری دستگاه مختصات محلی متحرک متصل به جسم O-oxyz که با سرعت ثابت  $V_0$  حرکت می‌کند.



شکل ۲- دستگاه مختصات و شرایط مسئله

با فرض سیال ایده‌آل غیر چرخشی معادله حاکم بر مسئله، معادله ۱ که به معادله لاپلاس معروف است، می‌باشد.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \text{فرمول ۱}$$

در این حالت در دستگاه مختصات جهانی پتانسیل کل در هر نقطه توسط معادله ۲ تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} \Phi = \phi + \phi_{in} \\ \phi_{in} = \vec{U} \cdot \vec{X}(P) \end{cases} \quad \text{فرمول ۲}$$

که در آن  $\phi$  پتانسیل آشفتگی ناشی از وجود جسم می‌باشد. این پتانسیل نیز در معادله لاپلاس صدق می‌کند یعنی:

فرمول ۳

$$\nabla^2 \phi = 0 \rightarrow \nabla^2 (\phi + \phi_{in}) = 0 \rightarrow \nabla^2 \phi = 0$$

شرایط مرزی حاکم بر مسئله شامل شرط مرزی سطح جسم، سطح آزاد، دور دست و شرط کوتاه در لبه فرار است.

<sup>۱</sup>Kutta condition

<sup>۲</sup>Stagnation point

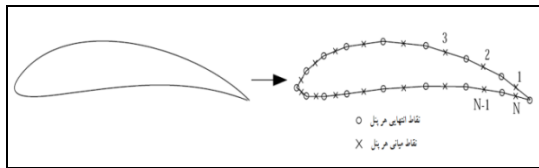
انحنا از روابط (Katz & Plotki 1991) استخراج گردیده است.

فرمول ۱۳

$$y_{th} = 5tc(0.2969\sqrt{\frac{x}{c}} - 0.126\frac{x}{c} - 0.3537\left(\frac{x}{c}\right)^2 + 0.2843\left(\frac{x}{c}\right)^3 - 0.1015\left(\frac{x}{c}\right)^4)$$

$$y_c = \begin{cases} \frac{m}{p^2}\left(2p\frac{x}{c} - \left(\frac{x}{c}\right)^2\right) & \text{for } \frac{x}{c} \leq p \\ \frac{m}{(1-p)^2}\left(1 - 2p + 2p\frac{x}{c} - \left(\frac{x}{c}\right)^2\right) & \text{for } \frac{x}{c} \geq p \end{cases}$$

که در آن  $c$  طول کرد،  $m$  حداکثر انحنا،  $p$  محل حداکثر انحنا و  $t$  حداکثر ضخامت فویل می‌باشد. پس از ایجاد نقاط می‌بایست سطح فویل را به صورت پنل‌های خطی در آورده و نقطه وسط هر فویل را به عنوان نقطه محاسباتی در نظر گرفت این گسسته سازی در شکل ۶ نمایش داده شده است:



شکل ۶- گسسته سازی مقطع فویل

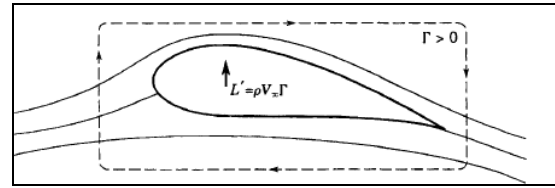
پتانسیل سرعت با استفاده از روش المان مرزی محاسبه خواهد شد که بر اساس اصول گرین پایه گذاری شده است. برای این منظور بر اساس اصل سوم گرین پتانسیل آشفتگی در نقطه  $p$  در داخل دومین بر اساس پتانسیل نقطه  $q$  در مرزها با استفاده از معادله ۱۴ محاسبه می‌شود:

فرمول ۱۴

$$e\phi(p) = \int_S \left[ \phi(q) \frac{\partial G}{\partial n_q} - \frac{\partial \phi(q)}{\partial n_q} G \right] ds_q$$

که در آن  $S = S_B + S_{FS}$  بوده و  $e$  ضریب زاویه سه بعدی<sup>۱</sup> می‌باشد و مقدار آن بستگی به محل نقطه  $p$  دارد. اگر این نقطه بر روی مرزها باشد  $e$  برابر  $1/2$  و اگر در داخل دومین باشد  $e$  برابر ۱ و در صورتی که در خارج از آن باشد برابر ۰ خواهد بود.

<sup>۱</sup> Solid angle



شکل ۴- نقاط رکود با در نظر گرفتن شرط کوتاه

در روش عددی این شرط را در تحلیل جریان پتانسیل می‌توان به روش‌های متعددی اعمال کرد که یکی از آنها برابر دانستن فشار در قسمت بالایی و پایینی لبه فرار می‌باشد.

یعنی:

$$\Delta P_{TE} = 0 \rightarrow P_{TE}^{BS} - P_{TE}^{FS} = 0 \quad \text{فرمول ۱۰}$$

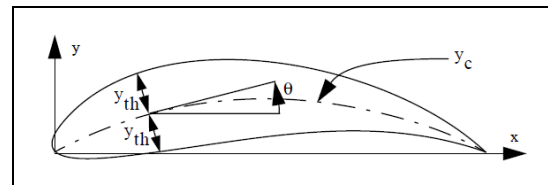
که در روش عددی این شرط را با صورت زیر اعمال می‌شود:

$$\phi_{wake\ top} - \phi_{wake\ bottom} = \Delta\phi_l = \phi_N - \phi_1 \quad \text{فرمو}$$

ل

۱۱

جهت مدل سازی فویل از استاندارد چهار رقمی ناکا استفاده شده است. در این سیستم رقم اول نشان دهنده درصد انحنا رقم دوم نشان دهنده محل وجود حداکثر انحنا از لبه حمله و دو رقم آخر نشان دهنده درصد حداکثر ضخامت فویل نسبت به کرد می‌باشد. در این سیستم نقاط بر روی فویل از روابط ۱۲ استخراج می‌شود:



شکل ۵- مقطع فویل

$$\begin{cases} x_U = x - y_{th} \sin\theta \\ y_U = y_c + y_{th} \cos\theta \\ x_L = x + y_{th} \sin\theta \\ y_L = y_c - y_{th} \cos\theta \end{cases} \quad \text{فرمول ۱۲}$$

که در آن  $(x_U, y_U)$  نقاط بالایی فویل و  $(x_L, y_L)$  نقاط پایینی فویل بوده و توزیع ضخامت و خط

برای تحلیل سطح آزاد و در نظر گرفتن اثر آن از روش تصویر<sup>۱</sup> استفاده می‌شود در این روش تابع گرین برای سطح جسم به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$G = \frac{1}{2\pi} (\ln r_{pq} + \ln r_{pq'}) \quad \text{فرمول ۱۵}$$

که در آن اندازه بردار مکان بین نقطه  $p$  و  $q$  و  $r_{pq'}$  اندازه بردار مکان بین نقطه  $p$  و تصویر نقطه  $q$  حول سطح آزاد ( $q'$ ) می‌باشد.

$$\begin{cases} r_{pq} = \sqrt{(x-\xi)^2 + (z-\eta)^2} \\ r_{pq'} = \sqrt{(x-\xi)^2 + (2h-z-\eta)^2} \end{cases} \quad \text{فرمول ۱۶}$$

و تابع گرین برای سطح آزاد به صورت زیر در نظر گرفته شده:

$$G = \frac{1}{2\pi} (\ln r_{pq}) \quad \text{فرمول ۱۷}$$

با جایگذاری معادله ۱۵ در معادله ۱۴ خواهیم داشت:

فر

مو

ل

۱۸

که در آن  $\phi$  پتانسیل سرعت در دومین است و  $p(x, z)$  نقطه میدان است که پتانسیل در آن می‌بایست حساب شود و  $q(\xi, \eta)$  محل وجود چشمه و  $\frac{\partial}{\partial n_q}$  مشتق نسبت به بردار عمود در نقطه  $q$  است.

معادله ۱۸ معادله حالت سیستم بوده و با بسط آن در کلیه مرزها آنرا به صورت معادله ۱۹ می‌توان نوشت.

$$(\ln r_{pq} + \ln r_{pq'}) ds_q$$

$$\frac{\partial \phi(q)}{\partial n_q} (\ln r_{pq} + \ln r_{pq'}) ds_q$$

فرمول ۱۹

$$] ds_q$$

در این معادله بر روی سطوح و یک مقدار  $\frac{\partial \phi(q)}{\partial n_q}$  برابر و مخالف بوده و مقدار  $G = \ln r_{pq} + \ln r_{pq'}$  نیز برای المان‌ها ثابت است پس بخش دوم انتگرال و یک برابر صفر خواهد بود. (Milgram, 2003)

پس معادله ۱۹ به معادله ۲۰ ساده خواهد شد.

$$\frac{\partial \phi(q)}{\partial n_q} (\ln r_{pq} + \ln r_{pq'}) ds_q$$

فرمول ۲۰

$$] ds_q - \int_{S_F} \left[ \frac{\partial \phi(q)}{\partial n_q} (\ln r_{pq}) \right] ds_q$$

$$2\pi e\phi(p) = \int_S \left[ \phi(q) \frac{\partial}{\partial n_q} (\ln r_{pq} + \ln r_{pq'}) - \frac{\partial \phi(q)}{\partial n_q} (\ln r_{pq} + \ln r_{pq'}) \right] ds_q$$

جهت حل این معادله از روش عددی استفاده خواهد شد برای این منظور سطح فویل و سطح آزاد را با استفاده از پنل‌های خطی گسسته کرده و فرض می‌شود که در مرکز هر پنل بر روی فویل یک چشمه با قدرت ثابت ( $N_B$ ) و روی سطح آزاد چشمه با قدرت ثابت ( $N_F$ ) قرار دارد در این حالت می‌توان معادله ۲۰ را به صورت معادله ۲۱ گسسته کرد.

$$] - \sum_{j=1}^{N_B} \left[ \frac{\partial \phi(q_j)}{\partial n_j} \int_{S_B} [( \ln r_{ij} + \ln r_{ij'} )] ds_j \right]$$

فرمول ۲۱

$$] ds_i] - \sum_{j=1}^{N_F} \left[ \frac{\partial \phi(q_j)}{\partial n_j} \int_{S_F} \ln r_{ij} ds_j \right]$$

که در آن  $N_B$  تعداد پنل‌ها بر روی بدنه و  $N_F$  تعداد پنل‌ها بر روی سطح آزاد می‌باشد. در این معادلات مولفه سرعت عمودی  $\frac{\partial \phi(q_j)}{\partial n_j}$  بر روی

<sup>۱</sup> Image method

در نهایت با ترکیب معادلات ۲۳ و ۲۴ معادله ۲۹ در فرم ماتریسی نوشته می‌شود.

$$\begin{bmatrix} -[DW]_{N_B \times N_B} \\ \left[ \frac{\partial^2 [DW]}{\partial x^2} \right]_{N_F \times N_B} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} [\Delta\phi]_{N_B \times 1} \\ [0]_{N_F \times 1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [SB]_{N_B \times N_B} \\ -\left[ \frac{\partial^2 [SB]}{\partial x^2} \right]_{N_F \times N_B} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} [\vec{U} \cdot \vec{n}]_{N_B \times 1} \\ [0]_{N_F \times 1} \end{Bmatrix} \quad \text{فرمول ۲۹}$$

و فرم ساده شده دسته معادلات فوق توسط معادله ۳۰ ارائه شده است.

$$[A]_{N_T \times N_T} \{x\}_{N_T \times 1} = \{b\}_{N_T \times 1} \quad \text{فرمول ۳۰}$$

این معادله می‌بایست برای بدست آوردن مقادیر مجهول حل گردد. برای این منظور کدی در نرم-افزار متلب کدی نوشته شده و هیدروفویل های

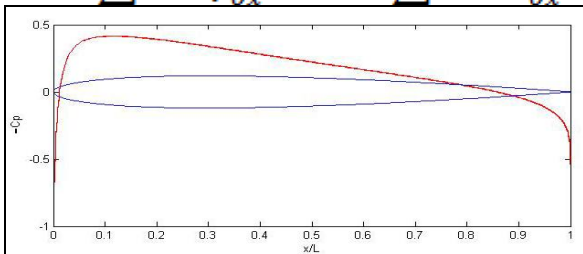
مختلف با استفاده از آن تحلیل شده است.

$$\sum_{j=1}^{N_B} \phi_j [\delta_{ij} - DB_{ij}] + \sum_{j=1}^{N_F} \sigma_j [SF_{ij}] - \sum_{l=1}^{N_W} \Delta\phi(q_l) [DW_{il}] = \sum_{j=1}^{N_B} (\vec{U} \cdot \vec{n})_j [SB_{ij}] \quad \text{فرمول ۲۳}$$

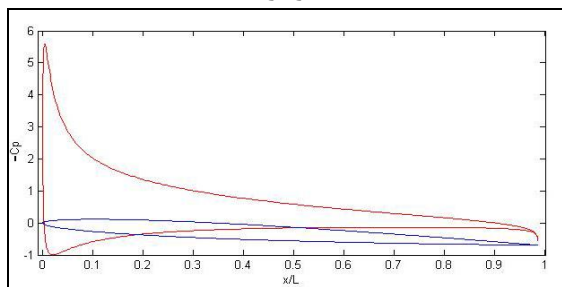
کد نوشته شده توانایی تحلیل هیدروفویل های مختلف در زوایای حمله مختلف را دارد. به عنوان مثال در شکل ۷ توزیع فشار در اطراف هیدروفویل ناکا ۰۰۱۲ در زاویه صفر درجه و در

شکل ۸ توزیع فشار در اطراف این هیدروفویل

$$\sum_{j=1}^{N_B} \phi_j \frac{\partial^2}{\partial x^2} [DB_{ij}] + \sum_{j=1}^{N_F} \sigma_j \frac{\partial^2}{\partial x^2} [SB_{ij}] + \sum_{j=1}^{N_W} \Delta\phi(q_j) \frac{\partial^2}{\partial x^2} [DW_{ij}] - \sum_{j=1}^{N_F} \sigma_j \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} [SF_{ij}] + K_0 \delta_{ij} \right) \quad \text{فرمول ۲۴}$$



شکل ۷- توزیع فشار در اطراف فویل ناکا ۰۰۱۲ در زاویه حمله صفر درجه



شکل ۸- توزیع فشار در اطراف فویل ناکا ۰۰۱۲ در زاویه حمله ده درجه

جهت صحت سنجی کد در ابتدا نتایج حاصل از تحلیل آن در حالت دور از سطح آزاد برای هیدروفویل های مختلف تحلیل شده و نتایج تحلیل با نرم افزار ایکس فویل مقایسه شده است.

سطح جسم از شرط مرزی عدم نفوذ مشخص بوده ولی بر روی سطح آزاد نامشخص است. شرایط مرزی به اختصار توسط معادله ۲۲ بیان شده است.

$$\begin{cases} \frac{\partial\phi}{\partial n} = -\vec{U} \cdot \vec{n} & \text{known on } S_B \\ \frac{\partial\phi}{\partial n} = \sigma & \text{unknown on } S_F \end{cases} \quad \text{فرمول ۲۲}$$

بر این اساس بر روی سطح جسم معادله ۲۱ به صورت معادله ۲۳ اصلاح خواهد شد:

بر روی سطح آزاد با جایگذاری معادله ۲۱ در معادله ۸ معادله ۲۴ استخراج خواهد شد:

که در آن:

$$B_{ij} = \frac{1}{2\pi e} \int_{S_B} \left[ \frac{\partial}{\partial n_j} (\ln r_{ij} + \ln r_{ij}') \right] ds_j \quad \text{فرمول ۲۵}$$

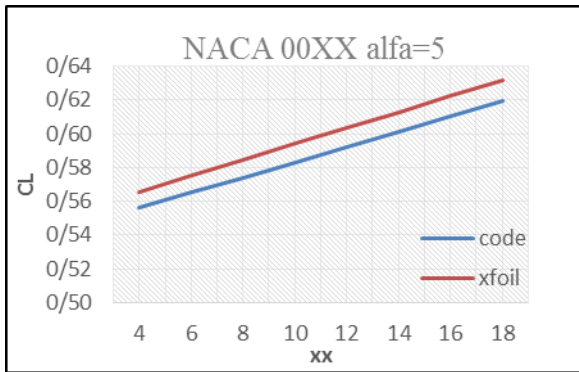
$$SB_{ij} = \frac{1}{2\pi e} \int_{S_B} [(\ln r_{ij} + \ln r_{ij}')] ds_j \quad \text{فرمول ۲۶}$$

$$SF_{ij} = \frac{1}{2\pi e} \int_{S_F} [(\ln r_{ij})] ds_j \quad \text{فرمول ۲۷}$$

$$DW_{ij} = \frac{1}{2\pi e} \int_{S_W} \left[ \frac{\partial}{\partial n_l} (\ln r_{ij} + \ln r_{ij}') \right] ds_l \quad \text{فرمول ۲۸}$$

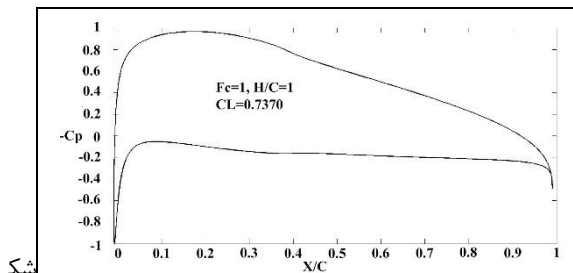
برای حل انتگرال های فوق در حالت  $i=j$  از روش های حل انتگرال شامل سینگولاریتی های لگاریتمی استفاده شده است (Katsikadelis, 2002).

شکل ۱۱- ضریب برا برای فویل با مقادیر متفاوت محل حداکثر انحنای



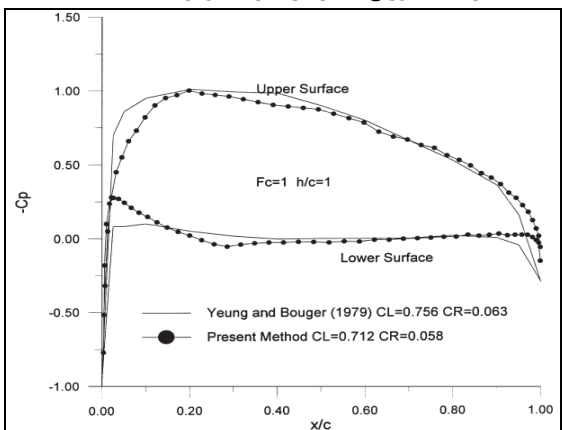
شکل ۱۲- ضریب برا برای فویل های متقارن ناکا ۰۰۱۴ الی ناکا ۰۰۱۸

در این حالت نزدیک به سطح نیز با استفاده از کد نوشته شده فویل ناکا ۴۴۱۲ در زاویه حمله ۵ درجه؛ عدد فرود ۱ و نسبت عمق به کرد ۱، تحلیل شده است و نتایج این تحلیل با نتایج تحلیل ارائه شده توسط بال (Bal, 1999) مقایسه شده است:



شکل

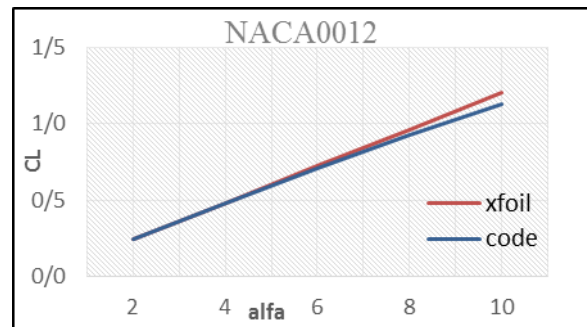
ل ۱۳- توزیع فشار در اطراف فویل ناکا ۴۴۱۲



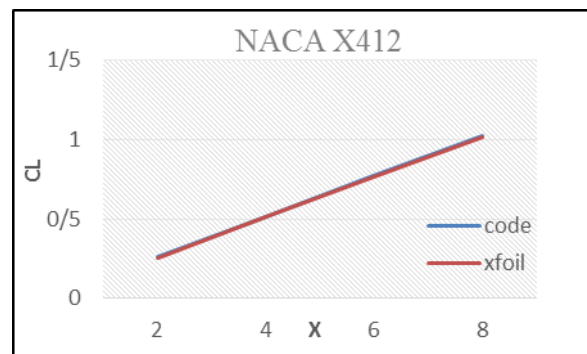
شکل ۱۴- توزیع فشار در اطراف فویل ناکا ۴۴۱۲ در زاویه حمله ۵ درجه (Bal, 1999)

این نتایج در شکل ۹ برای مقایسه نتایج ضریب برا برای فویل ناکا ۰۰۱۲ در زوایای حمله مختلف، در شکل ۱۰ مقایسه نتایج برای ضریب برا برای فویل با مقادیر انحنای متفاوت، در شکل ۱۱ مقایسه نتایج برای ضریب برا برای فویل با مقادیر متفاوت محل حداکثر انحنای و در شکل ۱۲ مقایسه نتایج برای ضریب برا برای فویل های متقارن ناکا ۰۰۱۴ الی ناکا ۰۰۱۸ در زاویه حمله ۵ درجه آورده شده است.

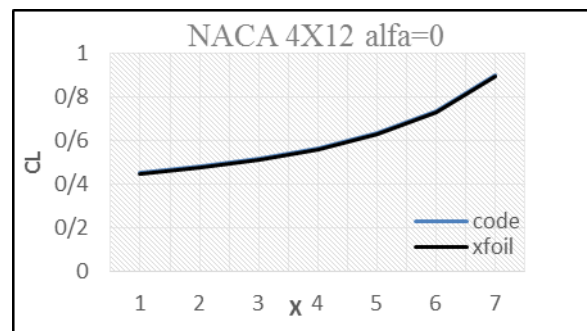
از بررسی نتایج مشخص می‌شود که اختلاف بین نتایج کد و کد ایکس فویل کمتر از ۲٪ می‌باشد.



شکل ۹- ضریب برا برای فویل ناکا ۰۰۱۲ در زوایای حمله مختلف



شکل ۱۰- ضریب برا برای فویل با مقادیر انحنای متفاوت





Bal, S. 1999. A potential based panel method for 2-D hydrofoils. *Ocean Engineering*, 26(4), pp: 343-361.

Bouger, R. W., & Yeung, Y. C. 1979. A hybrid integral-equation method for steady two-dimensional ship waves. *Numerical Methods in Engineering*, 14(3), pp: 317-336.

Chen, Z.-M. 2012. A vortex based panel method for potential flow simulation around a hydrofoil. *Fluids and Structures*, 28, pp: 379-391.

Dawson, C. 1977. A Practical Computer Method for Solving Ship Wave Problems. *proceedings of 2nd international conference on numerical ship hydrodynamics*. University of California, Berkeley.

Drela. 1989. Xfoil: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils. Springer-Verlag, Lec. Notes in Eng., 54.

Drela, M. 1986. Two-Dimensional Transonic Aerodynamic Design and Analysis using the Euler Equations. PhD Thesis. MIT, Gas Turbine Laboratory Rept.

DuCane, P. 1972. High speed small craft. NY: International Marine/Ragged Mountain Press.

Esmaeli & javarshakian,. 2012. Hydrofolil performance analysis near the free. *Hydrolic*, 4, pp: 1-17.

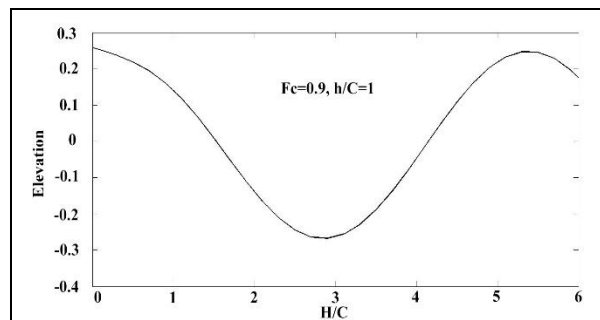
Forbes, L. K. 1985. A numerical method for non-linear flow about a submerged hydrofoil. *Engineering Mathematics*, 19(4), pp: 329-339.

Giesing, J., & Smith, A. 1967. Potential flow about two-dimensional hydrofoils. *Fluid Mechanics*, 28(0), pp: 113-129.

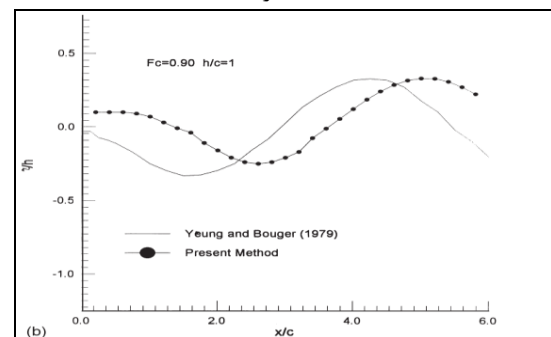
Hess, J., & Smith, A. 1967. Calculation of potential flow about arbitrary bodies. *Progress in Aerospace Sciences*, 8(0), pp: 1-138.

Karima, M. M., Prasad, B., & Rahman, N. 2014. Numerical simulation of free surface water wave for the flow around NACA 0015

و در شکل ۱۵ تغییر شکل سطح آزاد حاصل از کد و در شکل ۱۶ نتایج ارائه شده توسط بال آورده شده است.



شکل ۱۵- تغییر ارتفاع سطح آزاد در اثر حرکت فویل ناکا ۴۴۱۲ حاصله از کد



شکل ۱۶- تغییر ارتفاع سطح آزاد در اثر حرکت فویل ناکا ۴۴۱۲ (Bal, 1999)

#### ۴- نتیجه گیری

با استفاده از روش المان مرزی کدی جهت تحلیل هیدروفویل‌های دو بعدی در حالت مغروق و در نزدیکی سطح آزاد تهیه شد. نتایج تحلیل در حالت مغروق با نتایج نرم‌افزار ایکس فویل و نتایج تحلیل در نزدیکی سطح آزاد با نتایج ارائه شده در مراجع علمی مقایسه گردید. نتایج بدست آمده حاکی از تطابق کامل روش مورد استفاده در حالت مغروق (اختلاف کمتر از ۰.۲٪) و تطابق با دقت مناسب (اختلاف کمتر از ۰.۴٪) در حالت نزدیک به سطح می‌باشد.

#### ۵- منابع

Bai, K., & Han, J. 1994. A Localized Finite Element Method for Nonlinear Water Wave Problems. *Ship Research*, 38, pp: 42-51.

- Wadlin, K., Shuford, C., & McGehee, J. 1955. A theoretical and experimental investigation of the lift and drag characteristics of hydrofoils at subcritical and supercritical speeds. NACA Report No. 1232.
- Wu, G., & Eatock Taylor, R. 1995. Time stepping solutions of the two-dimensional nonlinear wave radiation problem. *Ocean Engineering*, 22(8), pp: 785-798.
- hydrofoil using the volume of fluid (VOF) method. *Ocean Engineering*, 78(0), pp: 89-94.
- Katsikadelis, J. T. 2002. *Boundary Elements: Theory and Applications*. ELSEVIER.
- Katz, J., & Plotkin, A. 1991. *Low Speed Aerodynamics, From Wing Theory to Panel Methods*. Mac-Graw Hill.
- Kennell, C., & Plotkin, A. 1984. A Second Order Theory For The Potential flow about thin. *Ship Research*, 28(1), pp: 55-64.
- Kotchin, N. 1953. On the Motion of Profiles of Any Form Below the Surface of a Heavy Fluid. Moscow: SNAME T&R Bulletin , ZAHl paper.
- Kroo, I. 1988. PANDA - A Program for Analysis and Design of Airfoils. Desktop Aeronautics, Stanford,.
- Martin, R. 2015. *Submarine hydrodynamics* Springer.
- Milgram, J. 2003. MIT Numerical Marine Hydrodynamics Lecture Notes. MIT OpenCourseWare.
- Salvesen, N. 1969. On higher-order wave theory for submerged two-dimensional bodies. *Fluid Mechanics*, 38(2), pp: 415-432.
- Semenov, O. M., & Falyinsen, Y. A. 2008. The effect of gravity and cavitation on a hydrofoil near the free surface. *Fluid Mechanics*, 597, pp: 371-394.
- Tarafder, S., & Suzuki, K. 2007. Computation of wave- making resistance of a catamaran in deep water using a potential-based panel method. *Ocean Engineering*, 34, pp: 1892-1900.
- Vladimirov, A. N. 1937. Approximate hydrodynamic design of a finite span hydrofoil. CAHI: Translated as NACA TM-1341, June 1955.

## Infinite length hydrofoil analysis near the free surface

S. Khalil Shariati, S. Hossein Mousavizadegan\*

Department of Maritime Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

### Abstract

The hydrodynamic coefficients are obtained from the wing section theory reference books in the submarine conceptual design stage. These coefficients should be corrected when the vehicle is moving near the free surface. Based on the assumption of potential flow, a computer program has been developed to calculate the coefficient of hydrofoils with various sections in near the free surface using boundary element method. The results of computations comply with experimental and numerical results in the fully submerged and near the free surface conditions.

**Keywords:** Hydrofoil, free surface, lift, potential flow, boundary element method.

Figure 1- The analysis conditions

Figure 2- Coordinate system and the analysis conditions

Figure 3- Stagnation points in ideal flow analysis

Figure 4- Stagnation points with Kutta condition

Figure 5- Hydrofoil section

Figure 6- Discretization of hydrofoil section

Figure 7- Pressure distribution around NACA 0012 hydrofoil with zero angle of attack

Figure 8- Pressure distribution around NACA 0012 hydrofoil with angle of attack  $10^\circ$

Figure 9- NACA 0012 lift coefficient at various angle of attack

Figure 10- Lift coefficient for hydrofoil with various camber

Figure 11- Lift coefficient for hydrofoils with different position of max. thickness

Figure 12- Lift coefficient for NACA 0012 to NACA 0018 symmetric hydrofoils

Figure 13- Pressure distribution around NACA 4412 hydrofoil

Figure 14- Pressure distribution around NACA 4412 hydrofoil with angle of attack  $5^\circ$

Figure 15- Free surface elevation for moving NACA 4412 hydrofoil calculated by code

Figure 16- Free surface elevation for moving NACA 4412 hydrofoil

---

\*Corresponding author E-mail: hmousavi@aut.ac.ir