

شبیه‌سازی عددی نگره اکمن در یک حوضه‌ی پنج لایه‌ی اقیانوسی

حسین فرجامی^{۱*}، محمدتقی زمانیان^۲، اکبر رشیدی ابراهیم حصاری^۱، سیدعلی آزماسا^۱

۱. گروه فیزیک دریا، دانشکده علوم دریایی، دانشگاه تربیت مدرس

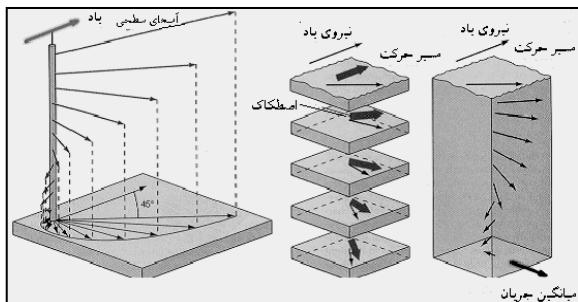
۲. پژوهشکده‌ی هواشناسی و علوم جوّ

چکیده

از روش‌های معمول برای بررسی و پیش‌بینی جریانات اقیانوسی روش عددی می‌باشد. در این تحقیق تئوری اکمن با استفاده از یک مدل عددی مبتنی بر معادلات مقدم در دستگاه مختصات کروی زمین با آرایه‌ی قائم سیگما در یک حوضه‌ی فرضی پنج لایه‌ی اقیانوسی شبیه‌سازی شد. موقعیت حوضه‌ی مورد مطالعه در این تحقیق موقعیت جغرافیایی خلیج فارس می‌باشد. حوضه مذکور دارای کف تراز بوده و میانگین عمق آن ۱۲۰ متر است. برای حل عددی معادلات مدل از روش تفاضل متناهی استفاده گردید. در این تحقیق، مارپیچ اکمن در حوضه‌ی مذکور مورد بررسی قرار گرفت و نتایج به‌دست آمده با مفاهیم نظری مطرح شده مارپیچ اکمن هم‌خوانی دارد.

واژگان کلیدی: شبیه سازی عددی، نگره اکمن، حوضه پنج لایه‌ی اقیانوسی.

*نویسنده مسؤول، پست الکترونیک: hfarjami@gmail.com



شکل ۱. مارپیچ اکمن

در آگو و همکاران در سال ۲۰۰۰ با استفاده از روش عددی تفاضل متناهی به بررسی جریانات بادرانده در چارچوب مختصات دکارتی با آرایه‌ی قائم سیگما پرداخته‌اند. که این مدل توانایی بررسی مارپیچ اکمن را نیز دارد(Davis, 1983). استر در سال ۲۰۰۴ به بررسی اثر چرخش زمین بر روی فرایندهای فصل مشترک هوای دریا پرداخته‌اند و بعضی جنبه‌های نتایج اکمن را در دریای شمال را بررسی نموده‌اند(Alastair, 2004).

هیگدن در سال ۲۰۰۵ چرخش‌های اقیانوسی را به‌شکل چندلایه مدل‌سازی کرد که برای گام‌های زمانی از روش دوگامی استفاده نمود(Higdon, 2005).

بخشایی و زمانیان در سال ۱۳۷۶ با استفاده از یک شبیه سازی عددی سه بعدی جریانات ناشی از رانش باد را در یک حوضه دو لایه فرضی مورد بررسی قرار داده است(بخشایی، ۱۳۷۶). رشیدی و همکاران در سال ۱۳۸۵ جریانات ناشی از کشنده و اختلاف چگالی را با استفاده از روش عددی تفاضل متناهی در یک حوضه اقیانوسی دو لایه را شبیه‌سازی کردند(زمانیان، ۱۳۸۴).

در این تحقیق اثر چرخش زمین جریانات ناشی از باد در یک حوضه اقیانوسی پنج لایه مورد بررسی قرار گرفت. یعنی در این شبیه‌سازی درستی نگره اکمن که به‌شکل نظری در مورد جریانات بادرانده مطرح شده است را در یک مدل پنج لایه اقیانوسی بررسی شد. این

4. Finite difference

۱. مقدمه

جرمی از آب، پیوسته به خاطر لختی آن به حرکت در می‌آید. اگر این جرم در فضا بود، طبق قانون دوم نیوتون در مسیر مستقیم حرکت می‌کرد. اما بخاطر چرخش زمین حرکت آن کاملاً متفاوت است. تکانه باد بوسیله تنفس سطحی از جو به محیط اقیانوسی منتقل می‌شود. طبق نظریه اکمن در حالت کلی، جهت جریانات سطحی ناشی از باد، ۴۵ درجه به سمت راست بادسوی در نیم‌کره‌ی شمالی و ۴۵ درجه به سمت چپ بادسوی در نیم‌کره‌ی جنوبی می‌باشد. این مدل اکمن به‌شکل ایده‌آل با نمودار چگالی ثابت و عمق بی‌نهایت است در زیر سطح به‌شکل نمایی سرعت این جریانات کاهش و جهت‌شان نیز تغییر می‌کند(Lewis et al., 2003).

یکی از مهم‌ترین جریانات در محیط اقیانوسی، جریانات بادرانده^۱ می‌باشد، که این جریانات در مسیر بادایجاد نمی‌گردند بلکه سوی این جریانات با بادسوی زاویه می‌سازند(شکل ۱). که این موضوع‌اعولین بار در حدود سال ۱۸۹۸ توسط نانسن^۲ مطرح شد. اکمندر سال ۱۹۰۲ به‌طور کمی چرخش جریانات بادرانده نسبت به سوی باد که توسط نانسن مطرح شده بود، در یک محیط اقیانوسی در شرایط آرمانی^۳ به شکل تحلیلی حل نمود(Pond et al., 1983). موقعی که جملات غیرخطی و اصطکاکی را در معادلات حرکت و هم‌چنین شکل واقعی کف دریا و خط ساحلی را در نظر گرفته شود، نمی‌توان این معادلات را برای جریانات اقیانوس‌ها به شکل تحلیلی حل نمود بنابراین از مدل‌های عددی برای حل این معادلات استفاده می‌کنند(عظیمیان، ۱۳۸۲).

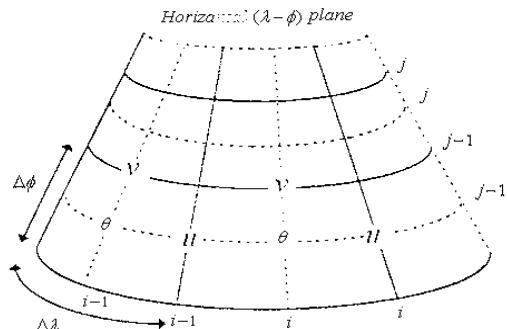
(Anderson et al., 1995).

1. Wind drive current

2. Nansen

3. Ideal

ناهموار حوضه‌ی اقیانوسی، قابلیت پذیرفتن پستی و بلندی بستری و شرایط هندسی هر حوضه‌ی دیگری را خواهد داشت(زمانیان، ۱۳۸۴).



شکل ۲. صفحه‌ی افقی شبکه‌ی آراکاوای C تعدیل یافته $(\lambda - \phi)$.

دلیل انتخاب دستگاه مختصات کروی زمین آن است که چنان‌چه محیط اقیانوسی ما بزرگ باشد دستگاه به کار رفته به تواند زمین را برآش نماید (زمانیان، ۱۳۸۴). آرایه قائم سیگما در مدل‌های طراحی شده به شکل‌های مختلف توسط مدل‌سازان مورد استفاده قرار گرفته است. که در این پژوهش این آرایه را به شکل رابطه‌ی ۱ که توسط زمانیان معرفی گردیده است، در نظر گرفته شده است. همچنین رشیدی و همکاران در سال ۱۳۸۵ در شبیه‌سازی جریانات ناشی از کشنید و اختلاف چگالی و نیز گلشاهی و همکاران در سال ۱۳۸۵ در شبیه‌سازی امواج ناشی از باد در یک حوضه‌ی دولایه‌ی اقیانوسی از این آرایه استفاده نموده‌اند(رشیدی، و همکاران، ۱۳۸۵؛ گلشاهی و همکاران، ۱۳۸۵).

$$\sigma = \frac{p - p_A}{p_b - p_A} \quad (1)$$

که در آن σ آرایه‌ی قائم نرمال شده، p فشار در هر نقطه از محیط اقیانوسی، p_b فشار بستری، p_A فشار جو بر روی محیط اقیانوسی می‌باشد. امروزه شکل‌های مختلفی از این آرایه (σ)، بسته به نظر مدل‌سازان به کار رفته است. از جمله در مدل POM، این آرایه به-

شبیه‌سازی در مرحله عملیاتی کردن قابلیت پذیرش شرایط واقعی هر محیط اقیانوسی را خواهد داشت.

دلیل استفاده از حوضه‌ی پنج لایه‌ی اقیانوسی به خاطر این است که در یک حوضه‌ی تک یا دو لایه‌ی اقیانوسی نمی‌توان به خوبی پدیده‌هایی مانند انتشار دوگانه^۱، امواج داخلی^۲ یا نگره‌ی اکمن را به دلیل تعداد کم لایه‌ها نشان داد، به این دلیل از یک حوضه‌ی پنج لایه‌ی اقیانوسی استفاده می‌کنیم(زمانیان، ۱۳۸۴).

۲. مواد و روش‌ها

برای حل عددی معادلات و گستره سازی آن‌ها از روش عددی تفاضل متناهی استفاده شده است. برای همین منظور برای جملات فرارفتی از طرح واره لکس-وندروف-دوگامی^۳ و برای جملات انتشاری از طرح واره دوفورت-فرانکل^۴ استفاده شده است(Haltiner, et al., 1980). شبکه‌بندی محیط به شکل شبکه‌ی آراکاوای C تعدیل یافته^۵ می‌باشد (Kantha, et al., 2000). در این شبکه u و v در نقاط مشخص شده در شکل ۲ محاسبه می‌گردند، در محل θ فراسنج‌های s ، T ، σ ، p ، p_b و r مطابق شکل ۲ پیش‌بینی یا محاسبه می‌شوند(Higdon, 2005).

که در این معادلات s شوری، T دما، σ معرف سرعت قائم، p_b فشار بستری، p فشار، ρ چگالی و r فاصله‌ی شعاعی هر نقطه از مرکز زمین می‌باشد. دستگاه مختصات مورد استفاده در این تحقیق، دستگاه مختصات کروی زمین با آرایه‌ی قائم سیگما می‌باشد. استفاده از آرایه‌ی قائم سیگما باعث می‌شود که همه‌ی محیط اقیانوسی ما دارای یک تعداد لایه باشد و در مراحل عملیاتی کردن، این شبیه‌سازی برای بستر

-
1. Double diffusion
 2. Internal wave
 3. Two step lax-wendruf scheme
 4. Dufort-Frankel scheme
 5. Modified Arakawa C

جرم، نمک و شارش گرما، قوانین اول و دوم گرمایشی؛ معادله‌ی حالت برای آب دریا. این قوانین در قالب معادلات زیر بیان می‌گردند (Gill, 1982; Kowalikz, 1993). نام این معادلات که در دستگاه مختصات کروی زمین با آرایه‌ی قائم سیگما بازنویسی شده‌اند، در زیر آمده است (زمانیان، ۱۳۸۴).

۱. معادلات تکانه، ۲. معادله‌ی پیوستگی^۳. قوانین اول و دوم گرمایشی^۴. معادله‌ی حجم ویژه^۵. معادله‌ی دما^۶. معادله‌ی رسانایی گرمایی^۷. معادله‌ی شوری^۸. معادله‌ی حالت آب.

موقعی که باد بر روی یک محیط اقیانوسی می‌وزد، تکانه باد بهدلیل وجود اصطکاک بین محیط جوی و اقیانوسی؛ به محیط اقیانوسی منتقل می‌شود و سرعت باد کاهش یافته و جریانات سطحی ایجاد می‌شود که به علت ناروانی لایه‌های مختلف آب انتقال تکانه به شرطی که باد به‌شکل پایا^۹ بهوزد، تا بستر ادامه می‌یابد. جریاناتی که در اثر ناروانی در لایه‌های مختلف ایجاد می‌شود با هم برابر نیست به این منظور برای بهدست آوردن میدان جریانات در لایه‌های مختلف نیاز به دانستن نیروی اصطکاکی در لایه مختلف را داریم (Davis, 1983). در معادله‌ی حرکت افقی جمله اصطکاکی به‌شکل رابطه‌ی (۴) در می‌آید:

(۴)

$$\mathbf{F} = \frac{-g}{p_b - p_A} \frac{\partial \tau}{\partial \sigma}$$

که در آن τ تنش برشی^{۱۰} یا نیروی ناروانی^{۱۱} برای واحد سطح و g شتاب گرانش زمین است. حال یک مدل پنج لایه‌ای را در نظر می‌گیریم که می‌خواهیم نیروی اصطکاکی را روی ترازهای ۲، ۴، ۶، ۸ و ۱۰ آن،

شکل $\sigma = \frac{\zeta - \eta}{H + \eta}$ استفاده شده است. همان‌گونه که از تعریف بر می‌آید، سیگما یک آرایه‌ی بدون بعد است. با محاسبه‌ی سیگما بر روی سطح و بستر محیط اقیانوسی معلوم می‌شود که:

$$\begin{cases} p = p_A \rightarrow \sigma = 0 \\ p = p_b \rightarrow \sigma = 1 \\ 0 \leq \sigma \leq 1 \end{cases} \quad (۲)$$

که در این روابط $\sigma = 0$ مربوط به سطح اقیانوس و $\sigma = 1$ کف اقیانوس را در این دستگاه شامل می‌شود. $0 \leq \sigma \leq 1$ مربوط به سطوح میانی است. معادلات حاکم در این دستگاه طبق تعریف سیگما و معادلات حاکم در دستگاه مختصات کروی زمین طبق تبدیلات زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial \dots}{\partial \lambda} \right)_r = \left(\frac{\partial \dots}{\partial \lambda} \right)_\sigma + \frac{\rho}{p_b - p_A} \frac{\partial \dots}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \right)_\sigma \\ \left(\frac{\partial \dots}{\partial \phi} \right)_r = \left(\frac{\partial \dots}{\partial \phi} \right)_\sigma + \frac{\rho}{p_b - p_A} \frac{\partial \dots}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right)_\sigma \\ \frac{\partial \dots}{\partial r} = - \frac{\rho g}{p_b - p_A} \frac{\partial \dots}{\partial \sigma} \end{cases} \quad (3)$$

که در این روابط λ ، ϕ و r به ترتیب آرایه‌ی شرق-سوی، شمال‌سوی و سرسوی در دستگاه کروی زمین می‌باشد.

برای این که یک مدل اقیانوسی چگال‌گرایی^{۱۲} که نسبت به اثرات تنش باد و اثرهای دما و شوری حساسیت خوبی نشان به‌دهد بایستی شامل جمله‌های پویشی^{۱۳} لازم در هر منطقه و دقت مناسب برای هر لایه و هم چنین در مرزها باشد. قوانین فیزیکی حاکم بر این پدیده‌ها عبارتند از: قانون دوم نیوتون؛ قوانین پایستگی

-
- 3. Steady
 - 4. Shearing stress
 - 5. Viscous force

-
- 1. Baroclinic ocean model
 - 2. Dynamic

$$F_k = -\frac{5g}{p_b - p_A} (\tau_{k+1} - \tau_{k-1}) \quad (6)$$

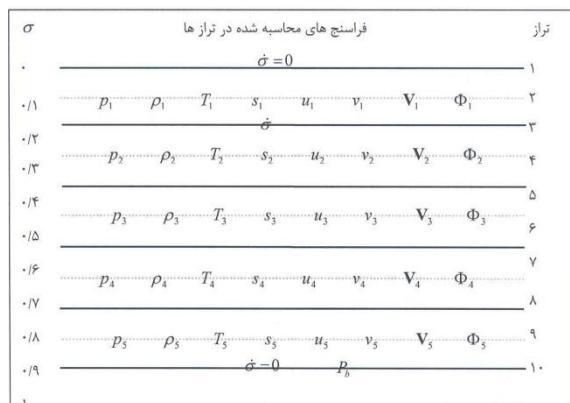
نیروی اصطکاکی در لایه‌ی پنجم یعنی تراز ۱۰ به شکل زیر در می‌آید:

$$F_{10} = -\frac{5g}{p_b - p_A} (\tau_{11} - \tau_9) \quad (7)$$

۳. نتایج

در این تحقیق محیط مورد مطالعه بین عرض‌های ۲۴ الی ۳۰ درجه‌ی شمالی و طول‌های ۴۷ تا ۵۸ درجه شرقی قرار دارد. جریانات را برای هر پنج لایه بر اساس معادلات مطرح شده، در حالتی که مرزهای جانبی باز بوده و باد با تندی^۲ ۱۰ متر بر ثانیه و از سمت شمال بر روی سطح این محیط وزانده شده است؛ شبیه‌سازی کردیم. میدان جریان^۳ پس از ۹۶ ساعت (چهار روز) برای هر پنج لایه در شکل‌های ۱ تا ۸ به دست آمده است. اگر مرزها باز باشد انتظار می‌رود که نگرهی اکمن در این حوضه قابل بررسی باشد یعنی سوی جریانات در سمت راست بادسوی باشد و از سطح تا عمق، تندی جریانات کاهش یابد، ضمن این‌که به سمت راست هم از بالا به پایین در نیم‌کره‌ی شمالی می‌چرخد (Gill, 1982). درست به همان‌گونه که در شکل‌های یادشده‌ی بالا مشاهده می‌گردد یعنی سوی جریانات در سمت راست بادسوی و برای پنج لایه از بالا تا پایین تندی جریانات کاهش یافته است. هم‌چنان چون در این حالت اثر مرزهای جانبی حذف شده است، جریانات یک‌نواخت در لایه‌های اول و دوم و سوم داریم و در لایه‌ی چهارم و پنجم به خاطر وجود اصطکاک بستری این یک‌نواختی دیده نمی‌شود.

هم‌چنان که در شکل ۳، که ساختار قائم یک مدل سه بعدی و پنج لایه را نشان می‌دهد، محاسبه نماییم. اگر دولایه از آب را در نظر بگیریم، چنان‌چه در راستای قائم، لاقل یکی از فراسنج‌های اقیانوس‌شناختی^۱ این دولایه، متفاوت باشد، این محیط اقیانوسی، محیطی دولایه معرفی می‌شود. به همین قیاس، محیطی را پنج لایه می‌گوییم که در راستای قائم، لاقل یک فراسنج اقیانوس‌شناختی، دو مقدار مساوی پشت‌سرهم نداشته باشد. مقداری که به هر فراسنج (مانند u, v, \dots)، در هر لایه منتنسب می‌شود، میانگین مقدار آن فراسنج در آن لایه می‌باشد که این مقدار میانگین را به وسط لایه‌ها یعنی ترازهای زوج که در شکل ۳ آمده است نسبت می‌دهیم.

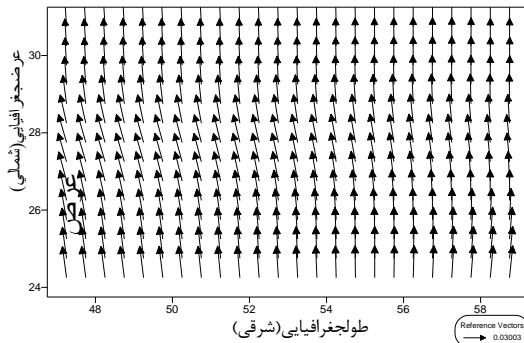


شکل ۳. ساختار قائم یک مدل پنج لایه‌ای بر اساس معادلات مقدم

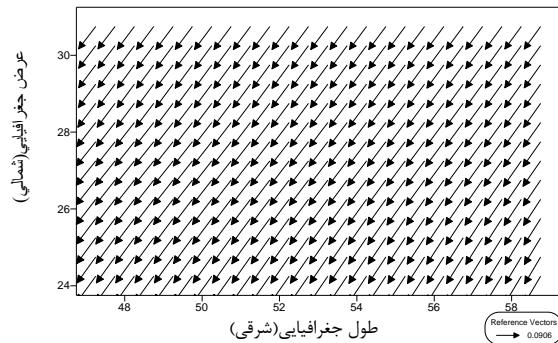
با استفاده از این روابط برای نیروی اصطکاک در لایه‌ی اول می‌توان نوشت:

$$F_2 = -\frac{5g}{p_b - p_A} (\tau_3 - \tau_1) \quad (5)$$

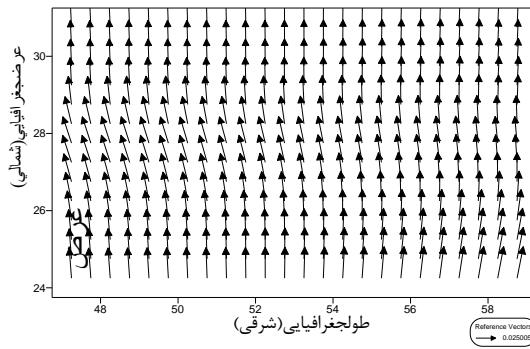
برای لایه‌های میانی یعنی برای ترازهای ۴، ۶ و ۸ از روابط زیر استفاده می‌کنیم:



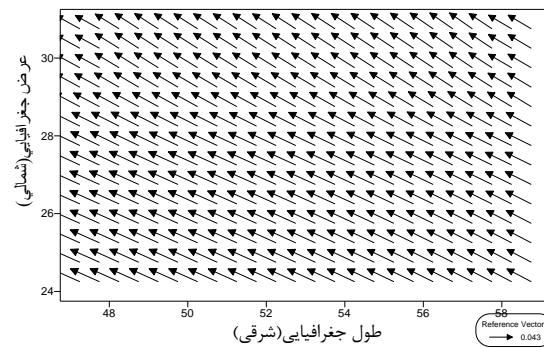
شکل ۷. میدان جریان ناشی از اعمال نیروی باد شمالی با تندی ۱۰ متر بر ثانیه، در لایه‌ی چهارم پس از ۹۶ ساعت؛ بیشینه‌ی تندی $0/03003$ متر بر ثانیه می‌باشد.



شکل ۴. میدان جریان ناشی از اعمال نیروی باد شمالی با تندی ۱۰ متر بر ثانیه، در لایه‌ی اول پس از ۹۶ ساعت؛ بیشینه‌ی تندی $0/0906$ متر بر ثانیه می‌باشد.



شکل ۸. میدان جریان ناشی از اعمال نیروی باد شمالی با تندی ۱۰ متر بر ثانیه، در لایه‌ی پنجم پس از ۹۶ ساعت؛ بیشینه‌ی تندی $0/02605$ متر بر ثانیه می‌باشد.

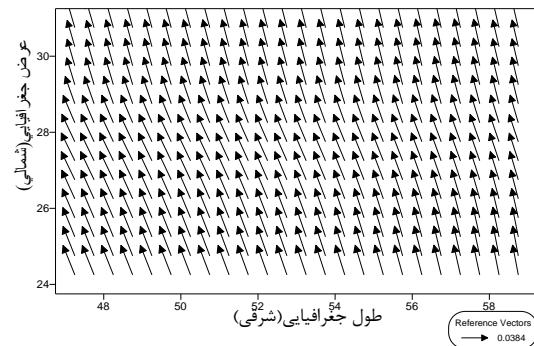


شکل ۵. میدان جریان ناشی از اعمال نیروی باد شمالی با تندی ۱۰ متر بر ثانیه، در لایه‌ی دوّم پس از ۹۶ ساعت؛ بیشینه‌ی تندی $0/043$ متر بر ثانیه می‌باشد.

همان گونه در شکل‌های (۷) و (۸) ملاحظه می-
گردد جریانات برای لایه‌ی چهارم و پنجم تقریباً هم
سوی هستند که به دلیل محدود بودن عمق محیط و
وجود اصطکاک بستری می‌باشد.

۴. بحث و نتیجه گیری

در این تحقیق انتظار می‌رفت که تندی جریانات از سطح تا عمق کاهش یافته و سوی جریانات نیز تغییر نماید. نمودار ۱ اندازه‌ی جریانات را از سطح تا عمق برای پنج لایه نشان می‌دهد. همان‌گونه که در نمودار مذکور مشاهده می‌شود اندازه‌ی جریان نسبت به افزایش ژرفای کاهش می‌یابد. همان‌طور که در شکل‌های



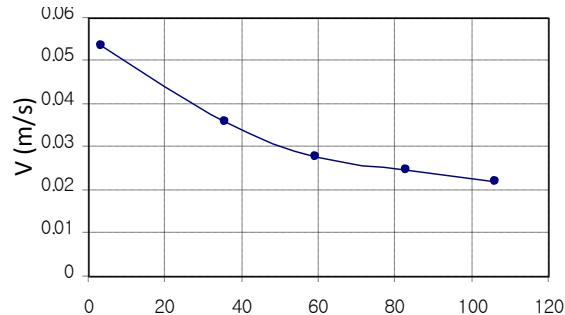
شکل ۶ میدان جریان ناشی از اعمال نیروی باد شمالی با تندی ۱۰ متر بر ثانیه در لایه‌ی سوم پس از ۹۶ ساعت؛ بیشینه‌ی تندی $0/0384$ متر بر ثانیه می‌باشد.

نظری مارپیچ اکمن طرح شده توسط بسیاری از نویسندهای از جمله پوند و پیکارد مطابقت دارد(George, 1990; Aple, 1990). همچنانی با مفاهیم مطرح شده در مورد نگرهی اکمن که توسط استوارت در سال ۲۰۰۶ در کتاب مبانی اقیانوس‌شناسی فیزیکی بیان شده است، همخوانی دارد (Higdon, 2006). با نتایج زمانیان، ۱۹۹۴ منطبق است (Zamanian, 1994). دراگو در سال ۲۰۰۰ به همین نتیجه برای جریانات بادرانده دست یافت(Drago, et al., 2000). الستر در سال ۲۰۰۴ در بررسی اثر چرخش زمین بر روحی فرایندهای فصل مشترک هوا- دریا به نتایج مشابهی دست یافت(Alastair, 2004).

منابع

- بخشایی، آ.، ۱۳۷۶. شبیه سازی جریان های باد رانده اقیانوسی در یک حوضه فرضی دو لایه. پایان نامه کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال، ۷۷ صفحه.
- رشیدی، ا.، ۱۳۸۵. شبیه سازی جریانات ناشی از کشند و اختلاف چگالی در یک حوضه دولایه فرضی. پایان نامه کارشناسی ارشد دانشگاه تربیت مدرس، ۱۴۴ صفحه.
- زمانیان، م. ت.، ۱۳۸۴. پژوهشی مدل دو لایه ای اقیانوسی پایه. گزارش طرح تحقیقاتی پژوهشکدهی هوافضایی و علوم جو.
- عظیمیان، ا. ر.، ۱۳۸۲. دینامیک سیالات محاسباتی برای مهندسان. جلد اول، چاپ دوم، مرکز نشر دانشگاه صنعتی اصفهان، صفحات ۱۰-۸۶.
- فرجامی، ح.، ۱۳۸۵. شبیه سازی عددی جریانات بادرانده در یک حوضه پنج لایه فرضی اقیانوسی. پایان نامه کارشناسی ارشد دانشگاه تربیت مدرس، ۱۰۸ صفحه.

۴ تا ۸ مشاهده می شود با افزایش ژرفای این جریانات به سمت راست بادسوی می چرخد که تاییدی بر وجود مارپیچ اکمن برای مدل طراحی شده می باشد.



نمودار ۱. اندازه‌ی جریان نسبت به ژرفای با اعمال نیروی باد تندی ۱۰ متر بر ثانیه، در حالتی که تمامی مرزهای جانبی باز می باشند.

همان‌گونه که در مقدمه گفته شدنانسندر سال ۱۸۹۸ به‌طور کیفی مشاهده کرد که کوههای بخ در جهت باد حرکت نمی‌کنند و هم چنین‌کمن در سال ۱۹۰۵ نشان داد که رفتار مشاهده شده توسط نانسن ناشی از نیروی کوربولیس می‌باشد، به عبارتی تاثیر چرخش زمین روی اجسامی که مرتبط با زمین حرکت می‌کنند، می‌باشد. ایشان در حالت آرمانی به‌شکل کمی معادلات جریانات بادرانده را حل نموده و به این نتیجه رسید که زاویه چرخش این جریانات به سمت راست جهت بادسوی در نیم‌کره‌ی شمالی و به سمت چپ بادسوی در نیم‌کره‌ی جنوبی می‌باشد هم‌چنین این جریانات از سطح تا عمق به سمت راست می‌چرخد و تندی این جریانات کاهش می‌یابد (Pond, et al., 1983). چون حوضه‌ی معرفی شده در این پژوهش در نیم‌کره‌ی شمالی قرار دارد، همان‌گونه که در شکل‌های ۴ تا ۸ بررسی کردیم جریانات حاصل از نیروی باد شمالی در سمت راست جهت باد ایجاد شده و از سطح تا عمق این جریانات برای لایه‌های اول تا پنجم کاهش یافته است که وجود نگرهی اکمن در این مدل پنج لایه‌ی اقیانوسی را نشان می‌دهد و این نتیجه با مفاهیم

- Gill, A.E., 1982. Atmosphere-ocean dynamics. Academic press, Florida, USA. 622p.
- Haltiner, G.J., Williams, R.T., 1980. Numerical prediction and dynamic meteorology. John Wiley and sons, 250pp.
- Higdon , L. 2006. Numerical modelling of ocean circulation.Cambridge University Press, England. 252p.
- Kantha, L., Clayson, C., 2000. Numerical models of oceans and oceanic processes. Academic Press, San Diego, USA. 490p.
- Kowalikz, 1993. Numerical modeling of ocean dynamic.Co. PteU. 480p.
- Lewis, D.M., Belcher, S.E., 2003. Time-dependent coupled Ekman boundary layer solutions incorporating Stokes drift. Submitted to Dynamics Atmos. Ocean models: Further development and testing, J. Comput. Phys. 206: 463–504.
- Pond, S., Pickard, G.L., 1983. Introductory dynamical oceanography. Pergamon Press, Oxford, England. 329pp.
- Zamanian, M.T., 1994. Three-dimensional model for Persian Gulf. Ph.D dissertation, university of the Philippines.
- گلشاهی، ح.، ۱۳۸۵. شبیه سازی عددی امواج ناشی از باد در حوضه‌ی دولایه‌ی فرضی اقیانوسی. دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده‌ی علوم دریایی، ۱۱۱ صفحه.
- Jenkins, A.D., 2004. The rotation of the Earth and processes near the air-sea interface: Some aspects of the work of V. W. Ekman and its consequences. Proceedings of Climate Change in High Latitudes, Bergen, Norway.
- Anderson, J.J.D., 1995. Computational fluid dynamics the basics with applications. 2nd ed., McGraw-Hill Inc. 547p.
- Aple, J.R., 1990. Principles of ocean physics. Academic Press, London, England. 634p.
- Davis, A.M., 1983. Application of a three-dimensional shelf model to the calculation of North Sea currents. Proceedings of North Sea dynamics, 1- 85.
- Drago, M., Iovenitti, L., 2000. σ -Coordinates hydrodynamic numerical model for coastal and ocean three-dimensional circulation. Ocean Eng. 27: 1065-1085.
- Pickard G.L., Emery, W.G., 1990. Descriptive physical oceanography. Pergamon press, Oxford, England. 320p.